

Experimentelle Methoden der Teilchenphysik

Markus Schumacher

Übungsblatt I

Martin Flechl, Anna Kopp, Stan Lai

4.5. 2011

Anwesenheitsaufgaben

Aufgabe 1 *Maximaler Energie-Transfer bei 2-Körper-Zerfällen*

Berechnen Sie den maximalen Energietransfer E bei der Kollision eines schweren Teilchens (Masse M , Impuls P , Geschwindigkeit v , $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}$) mit einem Elektron in Ruhe (Masse m , wobei gilt $m \ll M$). Alle Angaben sind in natürlichen Einheiten, daher gilt z.B. $\beta^2 = (v/c)^2 = v^2$ und $E^2 = P^2 + M^2$.

Gehen Sie dabei folgendermaßen vor:

- (i) Für welchen Winkel θ zwischen ein- und ausgehendem Teilchen mit Masse M ist der maximale Energietransfer zu erwarten? Argumentieren Sie, oder benutzen Sie die Anmerkung am Ende der Übungsaufgabe.
- (ii) Schreiben Sie die Viererimpulse für beide Teilchen vor und nach der Kollision an.
- (iii) Mit Hilfe dieser Viererimpulse: Bestimmen sie je eine Bedingung (Gleichung) aus der Annahme der Energieerhaltung, der Dreierimpulserhaltung, und aus der Beziehung zwischen Elektronenenergie und Energietransfer.
- (iv) Zeigen Sie, dass der maximale Energietransfer gleich

$$E_{\max} = \frac{2P^2 m}{m^2 + M^2 + 2m\sqrt{P^2 + M^2}}$$

ist.

- (v) Zeigen Sie, dass folgende relativistische Relationen allgemein gelten: $E^2 = \gamma^2 M^2$ und $\gamma^2 - 1 = v^2 \gamma^2$. Vereinfachen Sie obige Gleichung mit Hilfe dieser Beziehungen.
- (vi) Zeigen Sie, dass im Grenzfall $M \gg m$ gilt: $E_{\max} = 2m\gamma^2 v^2$.

Anmerkung: Für beliebige Richtung zwischen ein- und ausfallendem Teilchen gilt:

$$E = \frac{2P^2 m \cos^2 \theta}{(m + \sqrt{P^2 + M^2})^2 - P^2 \cos^2 \theta}$$

Hausaufgaben

Aufgabe 2 Myonen und kosmische Strahlung

6 Punkte

Die mittlere Lebensdauer von Myonen beträgt etwa $2 \cdot 10^{-6}$ s und die Myon-Masse m_μ beträgt etwa 100 MeV. Myonen werden in großer Zahl bei Wechselwirkung von kosmischer Strahlung mit der Atmosphäre erzeugt: Hier entsteht eine große Anzahl von geladenen Pionen, die via $\pi^- \rightarrow \mu\nu$ zerfallen.

- Nehmen Sie an, ein Myon mit einer Gesamtenergie von 100 GeV wird 35 km über der Erdoberfläche erzeugt. Berechnen Sie $\beta = v/c$.
- Bestimmen sie die mittlere Flugstrecke bis zum Zerfall im Erdbezugssystem. Wird ein solches Myon (im Mittel) die Erdoberfläche erreichen, bevor es zerfällt? Nehmen Sie an, dass das Muon nicht mit der Atmosphäre interagiert.
- Vergleichen sie die Schwerpunktsenergie s (es gilt: $s = (p_1^\mu + p_2^\mu)(p_{\mu,1} + p_{\mu,2})$) bei der Kollision eines Myons mit einer Energie von einem PeV mit einem ruhenden Elektron (die Masse m_e beträgt ungefähr 0.5 MeV) mit der Schwerpunktsenergie von zwei Protonen bei einer Kollision am LHC (die Protonen bewegen sich in entgegengesetzter Richtung mit einer Energie von jeweils 4 TeV).
- Wie groß müsste die Myon-Gesamtenergie sein, damit im obigen Beispiel die Schwerpunktsenergie des LHC erreicht wird? Zum Vergleich: Die höchste in kosmischer Strahlung je beobachtete Energie beträgt etwa 200 EeV.

Aufgabe 3 Kinematik von $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ -Zerfällen und Auflösung von Photonendetektoren

7 Punkte

Betrachten Sie den Zerfall eines neutralen π -Mesons in zwei Photonen γ ($m_\gamma = 0$): $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$.

- Die zwei Photonen werden (im Detektorsystem) mit Energien E_1 und E_2 und einem Winkel α zwischen den beiden Photonen beobachtet. Zeigen Sie, dass die invariante Masse des π^0 -Mesons gleich $m^2 = 4E_1E_2 \sin^2 \alpha/2$ ist. Hinweis: Aus Erhaltung des Viererimpulses folgt: Für die Masse eines Teilchens A, dass in 2 Teilchen B und C zerfällt, gilt $m_A^2 = (p_B^\mu + p_C^\mu)(p_{\mu,B} + p_{\mu,C})$.
- Der π^0 -Zerfall im π^0 -Ruhesystem ist isotrop. Wie lautet die Energie-Verteilung der Photonen dN/dE_γ im Detektorsystem? Hinweis: Gehen Sie am besten folgendermaßen vor:
 - Nehmen Sie an, das π^0 -Meson bewegt sich in $+z$ -Richtung. Es sei θ^* der Winkel zwischen einem der Photonen (γ_1) und der $+z$ -Richtung im Ruhesystem des π^0 -Mesons. Allgemein gilt $dN/dE_{\gamma,1} = dN/d(\cos \theta^*) \cdot d(\cos \theta^*)/dE_{\gamma,1}$. Der erste Faktor folgt aus der Isotropie des Zerfalls.
 - Zur Bestimmung des zweiten Faktors müssen Sie eine Beziehung zwischen θ^* und der Energie des Photons γ_1 im Detektorsystem aufstellen. Schreiben Sie zunächst den Viererimpuls dieses Photons im π^0 -Ruhesystem an (Sie können dabei die Achsen derart wählen, dass die y -Komponente des Impulses gleich 0 ist).
 - Bestimmen Sie daraus durch eine Lorentztransformation die Photonenenergie im Detektorsystem in Abhängigkeit vom Winkel $\cos \theta^*$ des Photons im Ruhesystems des π^0 .
 - Um den gewünschten zweiten Faktor zu erhalten, muss dieser Ausdruck nur noch nach $\cos \theta^*$ abgeleitet werden.

Der erhaltene Ausdruck gilt natürlich auch für das "andere" Photon.

- Die Winkel- und Energie-Auflösung des Detektors sei $\Delta\theta = 0.0005$ und $\frac{\Delta E}{E} = \frac{0.05}{\sqrt{E[\text{GeV}]}}$. Letzteres bedeutet, dass die relative Energieauflösung für ein Photon von z.B. 25 GeV gleich $0.05/\sqrt{25} = 0.01 = 1\%$ beträgt. Für ein bestimmtes Ereignis wird $E_1 = 5$ GeV, $E_2 = 10$ GeV, und $\alpha = 0.02$ gemessen. Geben Sie die Masse des π^0 -Kandidaten inklusive Fehler an. Ist dies mit der bekannten π^0 -Masse $m = 135$ MeV verträglich? Hinweis: Wenn die Auflösung für die Messung eines Winkels gleich $\Delta\theta$ ist, dann folgt unter Annahme unabhängiger, gaussverteilter Messfehler für die Auflösung der Messung einer Winkeldifferenz α eine Auflösung von $\Delta\alpha = \Delta\theta \cdot \sqrt{2}$.

Aufgabe 4 Luminosität und Higgs-Produktion am LHC

4 Punkte

Bei einem Teilchenbeschleuniger ist die Luminosität gegeben durch:

$$\mathcal{L} = f N_b \frac{N_1 N_2}{4\pi \sigma_x \sigma_y}, \quad (1)$$

Hier ist f die Umlauffrequenz des Teilchenstrahls, N_b die Anzahl der Teilchenpakete im Umlauf, N_1 und N_2 die Anzahl der Teilchen pro Paket, und σ_x und σ_y die transversale Größe des Strahls am Wechsel-

wirkungspunkt. Sie können näherungsweise annehmen, dass sich die Teilchen mit Lichtgeschwindigkeit bewegen.

Der LHC ist ein Proton-Proton-Beschleuniger mit einem Umfang von etwa 27 km und einer Schwerpunktsenergie von momentan 8 TeV (geplant sind 13-14 TeV). Die Protonenpakete beinhalten etwa $1.5 \cdot 10^{11}$ Teilchen, und es halten sich gleichzeitig etwa 1300 Teilchenpakete im Beschleuniger auf. Die Strahlen werden am Wechselwirkungspunkt auf etwa $\sigma_x = \sigma_y = 20 \mu\text{m}$ fokussiert.

- (i) Wie hoch ist die Luminosität am LHC (in Einheiten von $\text{s}^{-1}\text{cm}^{-2}$)?
- (ii) Wie hoch ist die integrierte Luminosität pro Jahr in barn, wenn man annimmt, dass in einem typischen Jahr für etwa 10^7 s Daten aufgezeichnet werden?
- (iii) Der Higgs-Wirkungsquerschnitt σ_H bei $m_H = 125$ GeV würde laut Vorhersage etwa 20 pb betragen. Wieviele Higgs-Bosonen werden dann pro Jahr produziert? Wieviele davon zerfallen in Photonenpaare, wenn das Verzweigungsverhältnis $B(H \rightarrow \gamma\gamma)$ etwa $2 \cdot 10^{-3}$ beträgt? Das Verzweigungsverhältnis gibt den Anteil der $H \rightarrow \gamma\gamma$ -Zerfälle unter allen möglich Higgs-Zerfällen an – er zerfallen in diesem Beispiel also 0.2% aller produzierten Higgs-Bosonen zu Photonenpaaren.

Aufgabe 5 Die Entdeckung des Positrons

3 Punkte

Betrachten Sie Abbildung 1 – eine von mehreren Aufnahmen Carl D. Andersons, die 1932 zur Entdeckung des Positrons geführt haben. Die große Zahl von Aufnahmen legt nahe, dass beide Spurfragmente zu einem Teilchen gehören (und es sich nicht um zwei zufällig in örtlicher Nähe liegende Spuren zweier unabhängiger Teilchen handelt). Wir folgen Andersons Argumenten:

- (i) Falls es sich um die Aufnahme eines einzelnen, positiv geladenen Teilchens handelt: Hat es sich von oben nach unten, oder von unten nach oben bewegt? Begründen Sie ihre Antwort.
- (ii) Wie würde die entsprechende Spur eines Elektrons aussehen? Wie kann ausgeschlossen, dass es sich um ein solches Elektron handelt? Hinweis: Was ist der Zweck der Bleiplatte?
- (iii) Nehmen Sie an, dass es sich um ein Proton handeln würde. Aus Protonmasse und Krümmungsradius kann die kinetische Energie des möglichen Protons bestimmt werden – sie würde etwa $300 \text{ keV}/c^2$ betragen. Wie können Sie ausschließen, dass es sich um ein Proton handelt (unter Kenntnis der Reichweite eines Protons mit $300 \text{ keV}/c$ in der Nebelkammer: diese beträgt etwa 5 mm)?

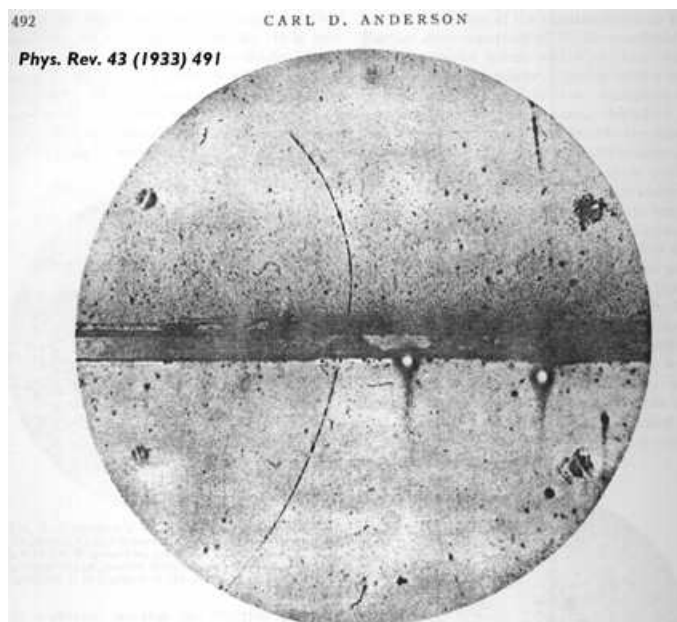


Abbildung 1: Die Entdeckung des Positrons. Zu sehen ist eine Nebelkammer mit einer horizontalen, 6 mm dicke Bleiplatte, sowie je eine Teilchenspur über und unter der Bleiplatte. Ein Magnetfeld von 1.5 T ist angelegt, welches normal in die Bildebene hineinzeigt. Der gesamte Ausschnitt mißt etwa 25×25 cm.