

Experimentelle Methoden der Teilchenphysik

Markus Schumacher

Übungsblatt IX

Martin Flechl, Anna Kopp, Stan Lai

6.7.2012

Anwesenheitsaufgaben

Aufgabe 42 *Auflösung eines RICH-Detektors, Teil 1*

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die Beziehung zwischen $\beta = v/c$, dem Brechungsindex n und dem Cherenkov-Winkel

$$\beta = \frac{1}{n \cos \theta_c}$$

lautet.

- (i) Wie lautet der Ausdruck für den relativen Fehler $\frac{\sigma_\beta}{\beta}$ als Funktion von σ_n und σ_{θ_c} ?
- (ii) Betrachten Sie nun den Fehler σ_n als vernachlässigbar. Wie groß ist der Fehler der Messung der Masse m , wenn der Impuls P bereits mittels eines Spurdetektors mit Auflösung σ_P gemessen wurde? Es gilt $P = m\beta\gamma c$ (mit $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$). Drücken Sie den Fehler in Abhängigkeit von σ_P und σ_{θ_c} aus. Hinweis: Eliminieren Sie zunächst die β -Abhängigkeit aus der Impulsbeziehung und leiten Sie den allgemeinen Ausdruck für σ_m als Funktion von partiellen Ableitungen von m sowie σ_P und σ_γ her. Drücken Sie dann σ_γ mit Hilfe der Beziehung für σ_β aus und setzen Sie das Ergebnis der ersten Teilaufgabe für σ_β ein.

Aufgabe 43 *Erforderliche Länge von Cherenkov-Radiatoren*

Zum Nachweis der Cherenkov-Strahlung und der Messung des zugehörigen Winkels ist die Produktion einer Mindestanzahl von detektierbaren Photonen nötig. Die Anzahl an produzierten Photonen hängt u.a. von der Länge L des Radiators des Cherenkov-Detektors ab. In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die Anzahl der nachweisbaren Photonen pro Wegstück etwa $N/L = 490 \sin^2 \theta_c$ Photonen/cm beträgt.

- (i) Zwei Teilchen der Masse m_1 und m_2 , mit $m_1 < m_2$ und gleichem Impuls P , sollen mit Hilfe einer Schwellen-Cherenkov-Zählers unterschieden werden. Der Brechungsindex des Radiators wird dann am besten so gewählt, dass $\beta_2 \cdot n$ gerade etwas kleiner als 1 ist, also gilt $\beta_2 \cdot n \approx 1$. Begründen Sie dies.
- (ii) Zeigen Sie, dass dann gilt $n^2 = \frac{\gamma_2^2}{\gamma_2^2 - 1}$ sowie $\sin^2 \theta_c = 1 - \frac{1}{\beta_1^2 n^2}$ (dies ist relevant, da die Anzahl der nachweisbaren Photonen proportional zu $\sin^2 \theta_c$ ist).
- (iii) Zeigen Sie, dass gilt $\sin^2 \theta_c = \frac{c^2(m_2^2 - m_1^2)}{P^2 + m_2^2 c^2}$. Gehen Sie dabei am besten folgendermaßen vor:
 - a) Drücken Sie $\sin^2 \theta_c = 1 - \frac{1}{\beta_1^2 n^2}$ nur mit Hilfe von γ -Faktoren aus.
 - b) Zeigen Sie, dass gilt: $\gamma^2 = \frac{P^2}{m^2 c^2} + 1$ und ersetzen Sie die γ -Faktoren im eben hergeleiteten Ausdruck.
 - c) Vereinfachen Sie den Ausdruck.
- (iv) Nehmen Sie nun an, dass der Detektor eine Nachweiswahrscheinlichkeit für Photonen (im sichtbaren Bereich) von 20% hat (die sogenannte Quantenausbeute), und das zum Nachweis von Cherenkov-Strahlung mindestens 10 detektierte Photonen nötig sind. Zeigen Sie, dass dann die notwendige Länge des Radiators mindestens ungefähr $L[\text{cm}] = \frac{P^2}{10(m_2^2 - m_1^2)c^2}$ ist. Sie können dafür annehmen, dass gilt $m_2 c \ll P$.

Hausaufgaben

Aufgabe 44 *Auflösung eines RICH-Detektors, Teil 2*

5 Punkte

Der Fehler auf die Winkelmessung des Cherenkov-Rings besitzt zwei dominante Quellen:

- (i) Photonenstatistik: Im Ring werden N_γ Photonen gemessen, der Fehler auf die Einzelmessung beträgt σ_γ . Wenn N_γ groß genug ist, dann beträgt der Beitrag zum Fehler $\sigma_{\theta_c}^\gamma \approx \frac{\sigma_\gamma}{\sqrt{N_\gamma}}$. Begründen Sie diesen Ausdruck.
- (ii) Dispersion des Mediums, also die Wellenlängenabhängigkeit des Brechungsindex, $n = n(\lambda)$: Zeigen Sie zunächst, dass aus der Beziehung für den Cherenkov-Winkel folgt $\sigma_{\theta_c}^n = \frac{1}{n \tan \theta_c} \cdot \sigma_n$. Näherungsweise gilt $\sigma_n = \frac{\partial n}{\partial \lambda} \cdot \Delta \lambda$, wobei $\Delta \lambda$ die Länge des Wellenlängenbereiches ist, in dem der Detektor die Cherenkov-Photonen nachweisen kann. Interpretieren Sie das Ergebnis: Wie hängt der Fehler $\sigma_{\theta_c}^n$ vom Wellenlängenbereich $\Delta \lambda$ ab? Wie kann er durch Modifizierung von $\Delta \lambda$ kleiner gemacht werden? Welche Auswirkung hätte dies auf $\sigma_{\theta_c}^\gamma$?

Aufgabe 45 *Unterscheidung von π , K und p mittels Cherenkov-Schwellendetektors*

7 Punkte

Entwerfen Sie einen Cherenkov-Schwellendetektor mit zwei Detektorschichten (aus unterschiedlichem Radiormaterial). Er soll die Unterscheidung von geladenen Pionen ($m_{\pi^+} = 140$ MeV), geladenen Kaonen ($m_{K^+} = 494$ MeV) und Protonen ($m_{p^+} = 938$ MeV) mit einem Impuls von 5 GeV ermöglichen. In welchem Intervall müssen die Brechungsindizes der zwei Schichten liegen, und welche Länge müssen die Radiator-Schichten mindestens aufweisen? Gehen Sie dabei von den gleichen Annahmen wie in Aufgabe 43 aus: Für den Nachweis von Cherenkov-Strahlung müssen mindestens 10 Photonen nachgewiesen werden, und die Quantenausbeute beträgt 20%.

Aufgabe 46 *Statistik: Teilchenidentifikation*

8 Punkte

Ein Teilchenstrahl besteht zu einem Anteil von 10^{-4} aus Elektronen, der Rest sind Pionen. Die Teilchen passieren einen Detektor, der aus zwei Schichten besteht. Jedes Teilchen kann ein Signal in entweder 0, 1 oder 2 Schichten erzeugen. Die Wahrscheinlichkeit für Elektronen (e) und Pionen (π) beträgt:

$P(0 e)=0.001$	$P(0 \pi)=0.99899$
$P(1 e)=0.010$	$P(1 \pi)=0.00100$
$P(2 e)=0.989$	$P(2 \pi)=0.00001$

- (i) Wenn ein Signal in genau einer Schicht gemessen wird: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es sich um ein Pion handelt?
- (ii) Wenn ein Signal in höchstens einer Schicht gemessen wird: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es sich um ein Pion handelt?
- (iii) Wenn ein Signal in genau zwei Schichten gemessen wird: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es sich um ein Elektron handelt?