

# Kern- und Teilchenphysik

## Übung XI

Prof. Markus Schumacher, Dr. Henrik Nilsen

12.07. - 16.07.2010

### Anwesenheitsaufgaben

#### Aufgabe 65 *Überblicksfragen – Feynman-Diagramme, Feynman-Regeln und Störungstheorie*

QED ist eine Quantenfeldtheorie mit lokaler Eichinvarianz. Zum Berechnen von Wirkungsquerschnitten verwendet man Störungstheorie durch Feynman-Diagramme und Feynman-Regeln.

- (i) Was ist der Zusammenhang zwischen der Dirac-Gleichung

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\Psi = 0 \quad (1)$$

und der freien Dirac-Lagrangedichtefunktion

$$\mathcal{L}_{\text{frei}} = \bar{\Psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\Psi. \quad (2)$$

- (ii) Welche Symmetrie hat  $\mathcal{L}_{\text{frei}}$ , d.h. welche Transformation kann man für der Feld  $\Psi$  anwenden, ohne dass sich  $\mathcal{L}_{\text{frei}}$  ändert (*invariant* ist)?
- (iii) Was passiert wenn man verlangt, dass  $\mathcal{L}_{\text{frei}}$  *invariant* ist unter der dazugehörigen *lokalen* Transformation? (Hinweis: Eine Transformation ist lokal, falls der freie Parameter der Transformation eine Funktion der Raum-Zeit-Koordinaten  $x$  ist.)
- (iv) Was sind die Bewegungsgleichungen des neuen Felds,  $A_\mu$ ? Welche physikalische Teilchen kann man deswegen mit dem neuen Feld assoziieren?

Also erhält man Photon-Interaktion in der QED-Lagrangedichtefunktion durch das Fordern von lokaler Eichinvarianz. Aus dieser Lagrangedichtefunktion berechnet man dann Wirkungsquerschnitte für Streuung zwischen elektrisch geladenen Teilchen, mittels störungstheoretischer Entwicklung in der Kopplungskonstante  $\alpha$ . Es gibt einen 1-zu-1 Zusammenhang zwischen Feynman-Diagrammen und Termen in der Störungstheorieberechnung. Durch Anwendung von Feynman-Regeln kann man Feynman-Diagramme in Störungsterme übersetzen. Die Feynman-Regeln werden hergeleitet aus der Lagrangedichtefunktion der Theorie (hier QED).

- (v) Wo in der Feynman-Regeln tritt die Ladung auf?
- (vi) Was ist der Zusammenhang zwischen Anzahl Vertizes im Feynman-Diagramm und der Ordnung des zugehörigen Störungsterms? Beispiel: Zeichnen Sie das einfachste Feynman-Diagramm für die Prozesse  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  und  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$ . Zu welcher Ordnung in Störungstheorie tragen die dazugehörigen Terme bei?
- (vii) Was ist ein sogenannter *Propagator*?

Gegeben seien alle Feynman-Diagramme in führender Ordnung im Störungstheorie für z.B.  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ . Dann ist es "nur" eine Frage von Integration und linearer Algebra den Wirkungsquerschnitt zu berechnen. (Ohne Feynman-Diagramme und Regeln wäre die Berechnung deutlich komplizierter.)

#### Aufgabe 66 *Bestimmung der Luminosität bei LEP mittels Bhabha-Streuung ( $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ )*

Am LEP-Speicherring am CERN wurden Elektronen und Positronen in entgegengesetzter Richtung beschleunigt und an vier Wechselwirkungspunkten zur Kollision gebracht. Um die Daten, die dabei aufgezeichnet wurden, auswerten zu können, muß die Luminosität bekannt sein. Die Messung der Luminosität geschah bei den vier LEP-Experimenten durch die Messung der Anzahl der Bhabha-Ereignisse, denn der Wirkungsquerschnitt für Bhabha-Streuung ist in der QED hinreichend genau berechenbar und hat die Form

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Bhabha}} = \frac{\alpha^2}{16s} \frac{(3 + \cos^2 \Theta)^2}{\sin^4 \frac{\Theta}{2}} \quad (3)$$

Dabei ist  $\theta$  der Streuwinkel im Schwerpunktsystem,  $s$  die Schwerpunktsenergie und  $\alpha$  die elektromagnetische Kopplungskonstante ( $\alpha = 1/128$  für diese Schwerpunktsenergie).

- (i) Skizzieren Sie den Verlauf des differentiellen Wirkungsquerschnitts der Bhabha-Streuung und begründen Sie, warum die Experimente bei kleinen Winkeln gemessen haben.
- (ii) Bei ALEPH, einem der vier Experimente, wurden die Bhabha-Ereignisse bei Polarwinkeln zwischen 30 und 62 mrad nachgewiesen. Berechnen Sie für die zuletzt verwendete Strahlenergie der Leptonen von etwa 105 GeV und einer im Detektor gesehenen Zahl von Bhabha-Ereignissen von  $1,345 \cdot 10^{10}$  Ereignissen/s die entsprechende Luminosität.