Albert-Ludwigs-Universität Freiburg — Wintersemester 2008/09

Fortgeschrittene Teilchenphysik

Markus Schumacher

Übung IV

Matthew Beckingham und Markus Warsinsky

21.11.2008

Anwesenheitsaufgaben

Aufgabe 23 BHABHA-*Streuung*

Streuprozesse $e^+e^- \to e^+e^-$ sind bekannt als BHABHA-Streuung.

(i) Zeichnen Sie die FEYNMAN-Diagramme niedrigster Ordnung für BHABHA-Streuung ($e^+(p_2)\ e^-(p_1) \to e^+(p_4)\ e^-(p_3)$) und beschriften Sie sie vollständig gemäß des aus der Vorlesung bekannten „Kochrezeptes".

(ii) Man kann das Betragsquadrat des totalen Matrixelements $\mathfrak{M}_{fi}^{\text{tot}}$ als

$$\left|\mathfrak{M}_{fi}^{\text{tot}}\right|^2 = |\mathfrak{M}_1|^2 + |\mathfrak{M}_2|^2 + 2\Re(\mathfrak{M}_1^*\mathfrak{M}_2)$$

schreiben.

Berechnung Sie den Beitrag $2\Re(\mathfrak{M}_1^*\mathfrak{M}_2)$ zum Betragsquadrat des totalen Matrixelements $\mathfrak{M}_{fi}^{\text{tot}}$ in niedrigster Ordnung in Abhängigkeit der Spinoren und γ-Matrizen. Wenden Sie dafür die FEYNMAN-Regeln auf die Diagramme aus (i) an.

Hinweise: $[\bar{u}_3\gamma^\nu u_1]^* = \bar{u}_1\gamma^\nu u_3$

(iii) Erklären Sie die Bezeichnung dieser drei Terme als

- „Vorwärtsterm",
- „zeitartiger Term" bzw.
- „Interferenzterm"

anhand ihrer jeweiligen physikalischen Bedeutung.

(iv) Berechnen Sie den Interferenzterm des Spin-gemittelten Amplitudenquadrates in Abhängigkeit der MANDELSTAM-Variablen im hochenergetischen Limes ($m_e = 0$).

Hinweise: $\gamma_\mu \not{p}_1 \gamma_\nu \not{p}_4 \gamma^\mu = -2\not{p}_4 \gamma_\nu \not{p}_1$ und $\gamma_\nu \not{p}_1 \not{p}_2 \gamma^\nu = 4p_1 . p_2$

Hausaufgaben

Aufgabe 24 *Differentieller Wirkungsquerschnitt* $\frac{d\sigma}{d\Omega}(e^-\mu^- \to e^-\mu^-)$ **3 Punkte**

Aus der Vorlesung ist die Form

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(e^-\mu^- \to e^-\mu^-) = \frac{\alpha^2}{2s}\frac{s^2+u^2}{t^2}$$

des differentiellen Wirkungsquerschnitts für Elektron-Myon-Streuung bekannt.

Berechnen Sie aus der Winkelabhängigkeit der Mandelstam-Variablen explizit den (auf den Streuwinkel θ bezogenen) differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\theta}$. Zeigen Sie, dass dieser in Vorwärtsrichtung maximal wird, und zwar so, dass der totale Wirkungsquerschnitt divergiert.

Aufgabe 25 *Elektron-/Myon-Tensor* **5 Punkte**

Verifizieren Sie die in der Vorlesung benutzten Relationen (i) und (ii) unter Verwendung der Regeln und Theoreme für Spuren:

$$\begin{aligned} L^{\mu\nu} &= \frac{1}{2}\mathrm{Tr}\left(\gamma^\mu(\not{p}_1+m)\gamma^\nu(\not{p}_3+m)\right) \\ &\overset{\text{z.zg.}}{=} \frac{1}{2}\mathrm{Tr}\left(\gamma^\mu\not{p}_1\gamma^\nu\not{p}_3\right) + \frac{1}{2}\mathrm{Tr}\left(m^2\gamma^\mu\gamma^\nu\right) && \text{(i)} \\ &\overset{\text{z.zg.}}{=} 2\left(p_1^\mu p_3^\nu + p_1^\nu p_3^\mu - (p_1p_3)g^{\mu\nu} + m^2 g^{\mu\nu}\right) && \text{(ii)} \end{aligned}$$

Zeigen Sie ebenfalls die folgende aus der Vorlesung bekannte Relation:

$$L^{\mu\nu}M_{\mu\nu} = 4\left[2(p_1p_2)(p_3p_4) + 2(p_1p_4)(p_2p_3) - 2M^2(p_1p_3) - 2m^2(p_2p_4) + 4m^2M^2\right] \qquad \text{(iii)}$$

Aufgabe 26 *Elektronenstreuung am ruhenden Myon* **6 Punkte**

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass das Spin-gemittelte Amplitudenquadrat $\left|\bar{\mathfrak{M}}\right|^2$ für Streuprozesse $e^-(p_1) + \mu^-(p_2) \to e^-(p_3) + \mu^-(p_4)$ die Form

$$\left|\bar{\mathfrak{M}}\right|^2 = \frac{e^4}{t^2}L^{\mu\nu}M_{\mu\nu}$$

hat.

(i) Zeigen Sie mit Hilfe von Gleichung (iii) aus Aufgabe 25, dass sich dieser Term unter Vernachlässigung der Elektronenmasse schreiben lässt als:

$$\left|\bar{\mathfrak{M}}\right|^2 = \frac{8e^4}{q^4}\left[-\frac{1}{2}q^2(p_1p_2 - p_2p_3) + 2(p_1p_2)(p_2p_3) + \frac{1}{2}M^2q^2\right],$$

wobei $q = p_1 - p_3$ der Viererimpulsübertrag, M die Myonenmasse und $\theta = \measuredangle(\vec{p}_1,\vec{p}_3)$ der Streuwinkel des Elektrons ist.

(ii) Zeigen Sie, dass im Laborsystem bei anfänglich ruhendem Myon, also bei

$$e^-(p_1) + \mu^-(p_2 = (M,\vec{0})) \to e^-(p_3) + \mu^-(p_4),$$

der unter Aufgabenteil (i) hergeleitete Ausdruck zu

$$\left|\bar{\mathfrak{M}}\right|^2 = \frac{8e^4}{q^4}2M^2E'E\left[\cos^2\frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2M^2}\sin^2\frac{\theta}{2}\right]$$

führt.

Hinweise: Schreiben Sie q^2 in Abhängigkeit von $\sin^2\frac{\theta}{2}$ sowie $q = p - p'$.

Aufgabe 27 *„Crossing“ Symmetrie: Bhabha und Møller Streuung* **6 Punkte**

In der Anwesenheitsaufgabe und in der Vorlesung wurde gezeigt, dass sich das totale Matrixelement $\mathfrak{M}_{fi}^{\text{tot}}$ für Bhabha-Streuung ($e^+(p_2)\ e^-(p_1) \to e^+(p_4)\ e^-(p_3)$) schreiben lässt als

$$\mathfrak{M}_{fi}^{\text{tot}} = \frac{e^2}{t}\bar{u}(p_3)\gamma^\mu u(p_1)\bar{v}(p_2)\gamma_\mu v(p_4) - \frac{e^2}{s}\bar{v}(p_2)\gamma^\mu u(p_1)\bar{u}(p_3)\gamma_\mu v(p_4),$$

sowie das Spin-gemittelte Amplitudenquadrat als:

$$\overline{|\mathfrak{M}_{fi}^{\text{tot}}|^2} = 2e^4\left(\frac{s^2+u^2}{t^2} + \frac{2u^2}{ts} + \frac{u^2+t^2}{s^2}\right).$$

Betrachten Sie nun die elastische Streuung von Elektronen, auch bekannt als Møller Streuung, $e^-(p_1)\ e^-(p_2) \to e^-(p_3)\ e^-(p_4)$.

(i) Zeichnen Sie die Feynman-Diagramme niedrigster Ordnung für Møller-Streuung und beschriften Sie sie gemäß des aus der Vorlesung bekannten „Kochrezeptes“.

(ii) Berechnen Sie mittels der Feynman-Regeln das totale Matrixlelement $\mathfrak{M}_{fi}^{\text{tot}}$. Beachten Sie dabei die Antisymmetrisierungsregel.

(iii) Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem für Bhabha-Streuung. Durch welche Ersetzungen kann man diese ineinander überführen.

(iv) Skizzieren Sie, wie sich durch „Verdrehen“die Feynman-Diagramme für Møller-Streuung in diejenigen für Bhabha-Streuung überführen lassen, und verifizieren Sie die in (iii) gesehenen Ersetzungen.

(v) Berechnen Sie das Spin-gemittelte Amplitudenquadrat für Møller-Streuung im relativistischen Grenzfall in Abhängigkeit von den Mandelstam-Variablen unter Verwendung der „Crossing“ Symmetrie. Welcher der drei Terme dominiert für kleine Streuwinkel im Schwerpunktsystem, welcher für große Streuwinkel ?