

Statistische Methoden der Datenanalyse

Markus Schumacher

Übung III

Matthew Beckingham und Henrik Nilsen

12.11.2009

Anwesenheitsaufgaben

Aufgabe 8 *Zentraler Grenzwertsatz*

In dieser Übung sollen Sie RooT benutzen, um einige Eigenschaften des Zentralen Grenzwertsatzes zu untersuchen.

Gehen Sie wie folgt vor:

- (i) Verwenden Sie eine for-Schleife um einen Satz von N gleichverteilten Zufallszahlen aus dem Intervall $[0,1]$ aufzusummieren. Benutzen Sie den Zufallszahlengenerator von RooT für gleichverteilte Zufallszahlen:

```
gRandom->Uniform(0,1)
```

und berechnen Sie die Summe über $N = 10$ Zufallszahlen.

- (ii) Führen Sie diesen Code innerhalb einer weiteren for-Schleife aus, um diese Summe N_{Sum} -mal zu berechnen.
- (iii) Füllen Sie die Summe von Zufallszahlen für jede Iteration der äußeren for-Schleife in ein Histogramm.
- (iv) Benutzen Sie die entsprechende Histogramm-Methode:

```
hist->Fit("gaus")
```

um eine Gaußverteilung in das Histogramm fitten.

- (v) Was geschieht, wenn Sie für N große, was wenn Sie kleine Zahlen wählen?
- (vi) Was geschieht beispielsweise, wenn Sie für $N = 5$ eine weitere in $[0,5]$ gleichverteilte Zufallsvariable hinzuaddieren? Für welchen Wert von N zeigt die Summe wieder eine gaußsche Ausprägung?
- (vii) Gehen Sie zurück zu einer Summation von Zufallszahlen der selben Verteilung, jedoch benutzen Sie jetzt nach einer exponentiellen WDF verteilte Zufallszahlen. Benutzen Sie in RooT die Methode

```
gRandom->Exp(tau)
```

um eine mit Zerfallskonstante $-\tau$ exponentiell verteilte Zufallszahl zu erhalten. Wie viele Zufallszahlen müssen aufaddiert werden, um wieder eine gaußsche Form für die Verteilung der Summe zu erreichen?

Aufgabe 9 *Zeitdifferenz zwischen radioaktiven Zerfällen*

Betrachten Sie den radioaktiven Zerfall eines Isotopes mit Zerfallskonstante λ . Es gäbe ein Gerät zur Bestimmung der Zeitdifferenz Δt zwischen zwei Zerfällen des Isotopes. Falls Sie eine Anzahl von Zeitdifferenzen Δt_i über eine Gesamtzeit von t messen, wie viele Einzelmessungen werden Sie durchführen?

Sofern die Annahme gilt, dass Zerfälle von einzelnen Atomen unabhängig voneinander sind, ist die WDF für eine Anzahl von Zeitdifferenzen n gegeben durch die Poisson-Verteilung

$$f(n; t, \lambda) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t} \quad (1)$$

Um $f(n; t, \lambda)$ mit $t = 1$ und $\lambda = 6$ numerisch in RooT zu bestimmen, gehen Sie folgendermaßen vor:

- (i) Benutzen Sie den Zufallszahlengenerator von RooT um eine zufällige Zerfallszeit einer exponentiellen WDF auszugeben

```
gRandom->Exp(tau)
```

wobei `tau` für die Zerfallskonstante der Exponentialverteilung steht.

- (ii) Verwenden Sie dann eine “while-Schleife” um alle Zerfallszeiten bis zu einem Maximalwert aufzuaddieren. Eine “while-Schleife” kann in der Form

```
while (Bedingung == wahr){
    mache etwas
}
```

geschrieben werden, sodass die Schleife fortwährend ausgeführt wird, solange die Bedingung (in dieser Übung `sum < maxsum`) wahr ist.

- (iii) Zählen Sie, wie oft die Schleife ausgeführt wird (was demzufolge der Anzahl an Zerfällen entspricht) und füllen Sie diese Zahl in ein Histogramm.
- (iv) Führen Sie diese Befehlsabfolge innerhalb einer weiteren for-Schleife aus um das Experiment 10,000 Mal durchzuführen.
- (v) Normieren Sie Ihr Histogramm auf 1 um die WDF für diese Anzahl an Messungen zu erhalten. Dies können Sie mit den Histogramm-Methoden

```
hist->Integral()
```

und

```
hist->Scale(a)
```

erreichen.

- (vi) Zeichnen Sie dann das Histogramm für die Anzahl an Messungen n unter Verwendung der Methode

```
hist->Draw()
```

Vergleichen Sie jetzt die Verteilung Ihrer Anzahl an Messungen mit der Poisson-Verteilung. Gehen Sie folgende Schritte durch:

- (i) Erzeugen Sie eine eindimensionale RooT-Funktion (TF1) um die Poisson-Verteilung für verschiedene Werte von n berechnen zu können.

```
TF1* funk = new TF1("funk", "TMath::Poisson(x, [0]*[1])", 0.0, 50);
```

wobei `funk` für den Namen der Funktion steht, und `[0]` und `[1]` zwei Parameter sind (λ , beziehungsweise t).

- (ii) Legen Sie beide Parameter fest, beispielsweise Parameter 0 auf den Wert 1.0, indem Sie die folgende TF1-Methode benutzen:

```
funk->SetParameter(0, 1.0);
```

- (iii) Benutzen Sie die entsprechende Histogramm-Methode:

```
hist->Fit("funk")
```

um diese Funktion in das Histogramm fitten.

Aufgabe 10 Zusatzaufgabe: Geometrische Verteilung

Versuchen Sie RooT zu benutzen, um numerisch die geometrische Verteilung aus Aufgabe 3 in Übung 2 berechnen. Gehen Sie folgendermaßen vor:

- (i) Verwenden Sie den RooT-Zufallszahlengenerator um eine Zufallszahl aus dem Intervall $[1,6]$ zu erzeugen.

```
gRandom->Integer(6) + 1
```

- (ii) Führen Sie diesen Befehl innerhalb einer while-Schleife solange aus, bis die Zahl 6 erstellt wurde.
- (iii) Zählen Sie die Anzahl an Schleifendurchgängen, die benötigt werden, und füllen Sie diese in ein Histogramm.
- (iv) Vergleichen Sie Mittelwert und Varianz des Histogramms mit denen der geometrischen Verteilung. Sie erhalten Mittelwert und Standardabweichung (RMS) des Histogramms unter Zuhilfenahme folgender Methoden

```
hist->GetMean()
```

beziehungsweise

```
hist->GetRMS()
```