Albert-Ludwigs-Universität Freiburg Sommersemester 2012

Experimentelle Methoden der Teilchenphysik

Markus Schumacher

Übungsblatt IV

Martin Flechl, Anna Kopp, Stan Lai

25.5. 2011

Anwesenheitsaufgaben

Aufgabe 18 *Wiederholung: Gasdetektoren*

(i) Was ist das Grundprinzip von Gasdetektoren? Erläutern Sie dieses mit Hilfe einer Skizze am Beispiel einer planaren Ionisationskammer.

(ii) Was ist der prinzipielle Unterschied zwischen planarem und zylinderförmigem Aufbau eines Gasdetektors (Hinweis: E-Feld)? Welche praktische Bedeutung hat dieser Unterschied in einer Ionisationskammer, und welche in einem Proportionalzählrohr (Hinweis: Welches Signal - Elektronen oder Ionen - dominiert jeweils, und wieso)?

(iii) Erklären Sie Abbildung 1. Welche Unterschiede in der Lawinenbildung charakterisieren die verschiedenen Operationsmodi?

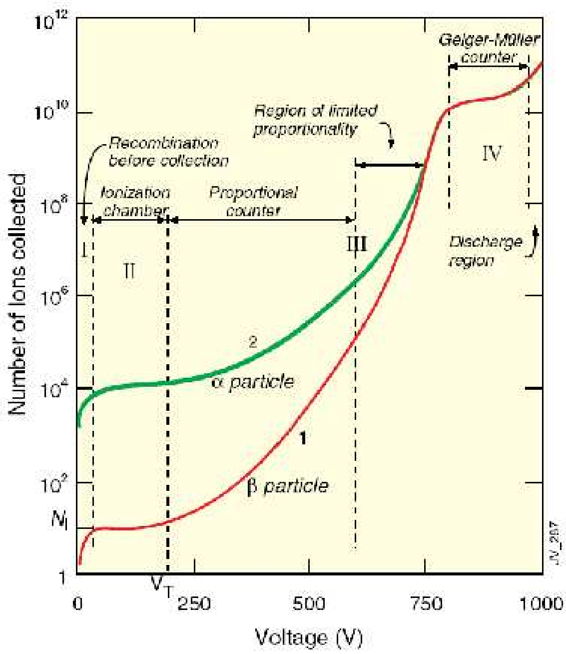


Abbildung 1: Operationsmodi von Gasdetektoren.

Aufgabe 19 *Differenzierung und Frisch-Grid*

Die Signaldauer (=Länge der Antwort auf ein Signalereignis) in einer einfachen Ionisationskammer liegt typischerweise im Millisekundenbereich. Dies ist für viele Anwendungen zu lange - überlappende Signale ("pile-up") verringern die Auflösung oder führen überhaupt dazu, dass nicht mehr alle Signalereignisse registriert werden können. Im folgenden werden wir zwei mögliche Verbesserungen der einfachen Ionisationskammer besprechen.

(i) Differenzierung: In Abbildung 2 (links) ist ein Hochpass-Filter dargestellt, der zur Signaldifferenzierung verwendet werden kann. Der Anodendraht ist über den Widerstand R mit der Masse verbunden. Die von der driftenden Ladung erzeugte Spannungsänderung liegt am Verstärker (mit unendlich hohem Eingangswiderstand). Die Spannungsänderung führt dann zu einem Strom $i(t) = u(t)/R$ über den Widerstand R, so dass das Spannungssignal mit der Zeitkonstante $\tau = RC_{\text{det}}$ exponentiell abgebaut wird (Grundprinzip eines Hochpass-Filters). Bei gegebener Detektorkapazität kann die Zeitkonstante also durch den Widerstand R passend eingestellt werden.

a) Welche Gleichung beschreibt den Zeitverlauf der Spannung (Hinweis - siehe Text: exponentiell; Zeitkonstante τ)

b) Die gesamte Zeitabhängigkeit des Spannungssignals ergibt sich als Faltung des Spannungssignals in einer Ionisationskammer (hier: zylindrischer Aufbau) mit obiger Exponentialfunktion: $u(t) = \frac{-q}{2\pi\varepsilon_0 l} \int_0^t dt' \frac{e^{\frac{t-t'}{\tau}}}{t_0+t'}$. Lösen Sie das Integral mit Hilfe von $\int dx \frac{e^{ax}}{x} = \ln x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(ax)^n}{n \cdot n!}$.

c) Skizzieren Sie den ungefähren zeitlichen Spannungsverlauf für $\tau = 10$ ns, $\tau = 50$ ns und $\tau = \infty$ (Hinweis: Die exponentielle Abhängigkeit dominiert für kleine Zeiten, die restliche Zeitabhängigkeit in etwa ab $t = \tau$).

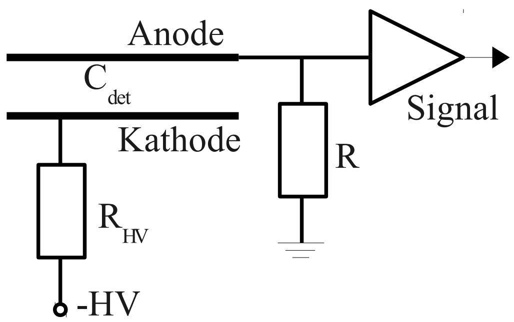
d) Signal-Differenzierung mittels Hochpassfilters kann in planaren Ionisationskammern dazu verwendet werden, um nur das (schnelle) Elektronensignal zu verwenden und das Ionensignal abzuschneiden. Welche unerwünschte Konsequenz hat dies? Wovon hängt die Signalamplitude nun ab?

(ii) Mittels eines sogenannten Frisch-Gitters - siehe Abbildung 2 (rechts) - kann erreicht werden, dass in einer planaren Ionisationskammer nur das Elektronensignal benutzt wird ohne dass die eben besprochene unerwünschte Abhängigkeit auftritt. Erklären Sie anhand der Abbildung, wie dies funktioniert:

a) Welche Spannung muss am Frisch-Gitter anliegen, damit die sonstigen Eigenschaften der planaren Ionisationskammer unverändert bleiben?

b) Beschreiben Sie die Entwicklung von Ionen- und Elektronensignal auf Kathode, Frisch-Gitter und Anode. Skizzieren sie den Signalverlauf $U(t)$ auf der Anode.

c) Wo muss der Entstehungsort der Ladungspaare liegen, damit das Prinzip funktioniert?



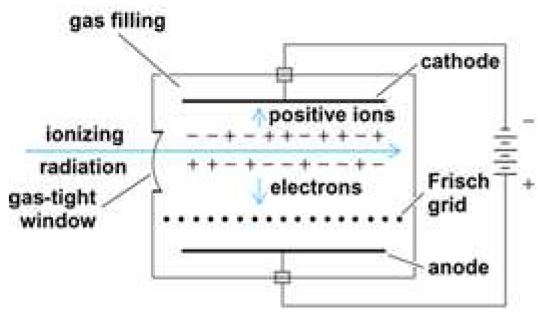


Abbildung 2: Links: Hochpass-Filter zur Signaldifferenzierung. C_{det} ist die Detektorkapazität (inklusive parasitärer Kapazitäten wie Kabelzuführungen), R ist der tatsächliche Eingangswiderstand, R_{HV} die am Detektor anliegende Hochspannung. Als Signalverstärker dient hier ein idealer Operationsverstärker mit unendlich hohem Eingangswiderstand. Rechts: Frisch-Gitter. Die Kathode liegt auf einem Spannungspotential $-U_0$ gegenüber der Anode, das Frischgitter auf $-U_G$.

Hausaufgaben

Aufgabe 20 *Planare Ionisationskammer: Gleichverteilte Linienladung senkrecht zu den Kondensatorplatten* **10 Punkte**

In der Vorlesung wurde die Zeitentwicklung des Signals für eine Linienladung parallel zu den Kondensatorplatten besprochen. Wir wollen nun den senkrechten Fall untersuchen. Im folgenden sei d der Abstand zwischen den beiden Kondensatorplatten; die x-Achse verlaufe normal zu den Kondensatorplatten; und U_0 sei die Spannung, die über einen großen Widerstand R am Kondensator anliegt; v^- und v^+ sei die Driftgeschwindigkeit der Elektronen und Ionen (die Nomenklatur ist also ident zur Vorlesung).

(i) Die Linienladung ist gleichverteilt - d.h., $\frac{dq}{dx}$ ist konstant. Wie lautet der Ausdruck für $\frac{dq}{dx}$? Die Konstante folgt aus der Normierung – das Integral über x von 0 bis d muss gleich der gesamten hinterlassenen Ladung Q sein.

(ii) In der Vorlesung wurde der allgemeine Zusammenhang $\Delta U = \frac{-Q}{Cd} \int_{x_0}^{x_0 - v^- t} dx$ (Elektronen; analog für Ionen. Hier ist $Q = N \cdot q$ und $x_0 - v^- t$ ist der Ort, an dem sich das Elektron zur Zeit t aufhält) für den Fall, dass alle Ladungsträger im selben Abstand zu den Kondensatorplatten erzeugt wurden, besprochen (Linienladung parallel zu den Kondensatorplatten). Der verallgemeinerte Zusammenhang für eine gleichverteilte Linienladung senkrecht zu den Kondensatorplatten lautet $u^-(t) = \frac{1}{Cd}\left(\int_{v^- t}^{d} dx' \frac{-dq}{dx} \int_{x_0}^{x_0 - v^- t} dx + \int_0^{v^- t} dx' \frac{-dq}{dx} \int_{x'}^{0} dx\right)$ (Ausdruck für $u^+(t)$ analog). Es wird zusätzlich über die Entstehungsorte x' der Ladungen integriert (da dq/dx konstant ist, kann es vor das Integral gezogen werden). Außerdem wurde der Ausdruck so aufgeteilt, dass das erste Integral den Beitrag der Ladungen ergibt, die zur Zeit t noch nicht auf einer Elektrode angekommen sind, und das zweite Integral den Beitrag der bereits angekommenen Ladungen. Zeigen Sie, dass gilt: $u^-(t) = \frac{-dq/dx}{Cd}\left(2dv^- t - (v^- t)^2\right)$ ($u^+(t)$ analog).

(iii) Wie lautet der Beitrag von $u^-(t)$ und $u^+(t)$ nach Abschluß der gesamten Ladungssammlung?

(iv) Skizzieren Sie grob den gesamten zeitlichen Spannungsverlauf als Funktion der Zeit.

Aufgabe 21 *Proportionalzählrohr: Verstärkung* **10 Punkte**

Wir betrachten den Fall eines Proportionalzählrohrs (zylinderförmiger Kondensator). Das E-Feld weist dort ein $1/r$-Verhalten auf. Wir nehmen an, dass der Ionisationswirkungsquerschnitt σ_{ion} in Anodennähe linear von der Elektronenenergie ϵ abhängt, also $\sigma_{\text{ion}} = k \cdot \epsilon$ mit einer Konstanten k. Der erste Townsend-Koeffizient α ist dann gegeben durch $\alpha = \frac{1}{\lambda_{\text{ion}}} = n \cdot \sigma_{\text{ion}}$, wobei n die Teilchendichte (im Gas) und λ_{ion} die freie Weglänge der Elektronen bezüglich Ionisation ist. Nehmen Sie weiters an, dass der Ionisationwirkungsquerschnitt dominiert, die mittlere freie Weglänge ist also gleich $\lambda \approx \lambda_{\text{ion}}$.

(i) Wie groß ist die Energie, die im Mittel pro Ionisation zur Verfügung steht (als Funktion von Elementarladung e, sowie E, n, k)? Hinweis: Dies entspricht der Energie, die ein Elektron bei Durchquerung der mittleren freien Weglänge im E-Feld aufnehmen kann. Nehmen sie dafür an, dass die elektrische Feldstärke auf dieser Weglänge konstant ist.

(ii) Wie lautet der Ausdruck für die elektrische Feldstärke in Abhängigkeit vom Abstand zum Zylindermittelpunkt, r, sowie von der Kapazität $C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln r_a/r_i}$ (r_i...Anodenradius, r_a...Abstand der Kathode vom Mittelpunkt)? Hinweis: Siehe Vorlesung. Drücken Sie damit $\epsilon(r)$ und $\alpha(r)$ aus.

(iii) Bei einer kritischen Feldstärke E_{krit}, die bei einem Radius r_{krit} erreicht wird, setzt die Gasverstärkung ein, d.h. $A(r_{\text{krit}}) = 1$, $E_{\text{krit}} = E(r_{\text{krit}})$. Das aus der Vorlesung bekannte Integral zur Berechnung der Gasverstärkung A lautet dann $A = e^{\int_{r_{\text{krit}}}^{r_i} ds\, \alpha(s)}$. Setzen Sie $\alpha(r)$ ein und zeigen Sie, dass gilt $A = e^{2\sqrt{enkCU_0/(2\pi\epsilon_0)} \cdot \sqrt{r_i} \cdot \sqrt{r_{\text{krit}}/r_i - 1}}$. Beachten Sie, dass der Integrationsweg die Richtung abnehmender Radien hat, also gilt $ds = -dr$.

(iv) Die Verstärkung beginnt bei einer Schwellenspannung U_{Schwelle}, bei der auf der Anodenoberfläche gerade die Feldstärke E_{krit} vorherrscht: $E_{\text{krit}} = E(r_{\text{krit}} = r_i)$ für $U_0 = U_{\text{Schwelle}}$. Zeigen Sie, dass gilt: $\frac{r_{\text{krit}}}{r_i} = \frac{U_0}{U_{\text{Schwelle}}}$ und setzen Sie dies in die Beziehung für die Verstärkung A ein.

(v) Zeigen Sie, dass außerdem gilt $\frac{r_i}{U_{\text{Schwelle}}} = \frac{C}{2\pi\epsilon_0 E_{\text{krit}}}$. Verwenden Sie diese Beziehung, um zu zeigen, dass gilt $A = e^{KCU_0\sqrt{1 - U_{\text{Schwelle}}/U_0}}$ mit $K = \frac{\sqrt{enk/E_{\text{krit}}}}{\pi\epsilon_0}$ (konstant für eine bestimmte Gasmischung bei festem Druck und fester Temperatur).