Albert-Ludwigs-Universität Freiburg Sommersemester 2012

Experimentelle Methoden der Teilchenphysik

Markus Schumacher

Übungsblatt VI

Martin Flechl, Anna Kopp, Stan Lai

15.6.2012

Anwesenheitsaufgaben

Aufgabe 28 *Wiederholung: Halbleiter*

(i) Erläutern Sie den Unterschied in Bezug auf elektrische Leitfähigkeit zwischen Isolatoren, Halbleitern und Metallen mit Hilfe des Energieband-Modells. Was versteht man unter einer Bandlücke, und welche typische Größe hat diese für die genannten drei Fälle?

(ii) Was versteht man unter Dotierung von Halbleitern? Welche Auswirkung hat sie auf die elektrische Leitfähigkeit von Halbleitern? Hinweis: Die elektrische Leitfähigkeit eines Halbleiters ist gegeben durch $\sigma = e(n\mu_e + p\mu_p)$, wobei e die Elementarladung ist, n und p die Ladungsträgerkonzentration von Elektronen und Löchern, und μ_e und μ_p die Beweglichkeit von Elektronen und Löchern. Es gilt $n \cdot p = \text{const}$.

(iii) Erklären Sie den pn-Übergang mittels einer detailierten Skizze, inklusive Verlaufs der Ladungsträgerdichte, Raumladungsdichte, und des dadurch hervorgerufenen E-Feldes in der Verarmungszone. Was sagt die Neutralitätsbedingung aus?

Aufgabe 29 *Leitfähigkeit von Silizium*

Die elektrische Leitfähigkeit eines Halbleiters ist gegeben durch $\sigma = e(n\mu_e + p\mu_p)$, wobei $e = 1.6 \cdot 10^{-19} C$ die Elementarladung ist, n und p die Ladungsträgerkonzentration von Elektronen und Löchern, und (Werte für Silizium) $\mu_e = 1450$ cm^2 / Vs und $\mu_p = 1/3\mu_e$ die Beweglichkeit von Elektronen und Löchern. Nehmen Sie in den folgenden Aufgaben einen Siliziumstab der Länge $L = 300\mu m$ und mit einem Querschnitt von $A = 50\mu\text{m} \times 100\mu\text{m}$ an, an den eine Spannung von 100 V anliegt.

(i) Intrinsisches Silizium: Für intrinsisches Silizium gilt: $n = p = 1.5 \cdot 10^{10}$ cm^{-3}. Berechnen Sie den Strom, der unter der angelegten Spannung fließt.

(ii) Dotiertes Silizium: Nehmen Sie nun an, dass der Siliziumkristall mit $N_D = 10^{15}$ cm^{-3} Arsenatomen (Arsen ist 5-wertig) dotiert wird. Für intrinsisches Silizium gilt: $n = p = 1.5 \cdot 10^{-10}$ cm^{-3}. Berechnen Sie den Strom, der unter der angelegten Spannung fließt.

(iii) Signalereignis: Ein Signalereignis hinterläßt auf der Strecke von $300\mu m$ typischerweise etwa 100 keV. Die mittlere Energie zur Erzeugung eines Elektron-Loch-Paares beträgt für Silizium 3.6 eV. Bei der angelegten Spannung fließt die Ladung innerhalb von etwa 30 ns ab. Wie groß ist der entsprechende Strom?

Hausaufgaben

Aufgabe 30 *Impulsauflösung des Opaldetektors* **10 Punkte**

Der Spurendetektor "Jetkammer" des OPAL-Detektors (betrieben am LEP am CERN) ist in Abbildung 1 dargestellt. Die Ortsauflösung eines einzelnen Drahtes in der transversalen (=$x-y$-) Ebene betrug $\sigma_T = 130\mu m$. Die Magnetfeldstärke betrug 0.435 T, das Magnetfeld ist parallel zur Strahlrichtung ausgerichtet. Für Teilchenspuren mit $43° \leq \theta \leq 137°$ werden alle 159 Drahtschichten durchquert; für $11° \leq \theta \leq 169°$ aber auf jeden Fall mindestens 8 Drahtschichten (d.h. für genau 11° bzw. 169° sind es genau 8 Drahtschichten). Die Ortsauflösung in z-Richtung betrug $\sigma_z = 300\mu$m (Messung durch einen weiteren Spurendetektor außerhalb der abgebildeten "Jetkammer"). Die Unsicherheit der Impulsmessung bezüglich Vielfachstreuung betrug $\left(\frac{\sigma_{p_T}}{p_T}\right)_{\text{MS}} = 1.8\%$.

(i) Die in der Vorlesung diskutierte Glücksternformel liefert die Impulsauflösung für den Fall vieler Messpunkte:

$$\left(\frac{\sigma_{p_T}}{p_T}\right)^{\text{geo}} = \frac{\sigma_T[\text{m}]}{L^2_{\text{radial}}[\text{m}] \cdot 0.3B[\text{T}]}\sqrt{\frac{720}{N+4}} \cdot p_T.$$

Dabei ist L_{radial} die Spurlänge in Radialrichtung (d.h. normal zum Strahlrichtung). Bestimmen Sie diese Auflösung für die Fälle a) $\theta = 90°$, a) $\theta = 43°$, c) $\theta = 11°$.

(ii) Für alle drei Winkel: Bei welchem Transversalimpuls p_T ist der geometrische Fehler gleich dem Fehler durch Vielfachstreuung?

(iii) Wie groß ist der Fehler der Winkelmessung σ_θ? Die Winkelmessung erfolgt durch Messung der Position des äußersten durchquerten Drahtes; der Fehler am Primärvertex kann vernachlässigt werden. Hinweis 1: $\tan\theta = r/z$. Sie müssen also die Fehler für r und z auswerten und kombinieren. Für Winkel $11° \leq \theta \leq 43°$ und $137° \leq \theta \leq 169°$ ist σ_r gleich dem Drahtabstand dividiert durch $\sqrt{12}$ (Gleichverteilung), σ_z kann dem gegenüber vernachlässigt werden. Für $43° \leq \theta \leq 137°$ ist $\sigma_r = 0$ (r ist durch die bekannte Position der äußersten Drahtschicht gegeben). Hinweis 2: $\frac{d}{dx}\text{atan}x = \frac{1}{1+x^2} = \cos^2(\text{atan}x)$.

(iv) Für alle drei Winkel: Wie groß ist der relative Messfehler für den Impuls $p = p_T/\sin\theta$? Nehmen Sie an, dass die Fehler für Transversalimpuls- und Winkelmessung unkorreliert sind.

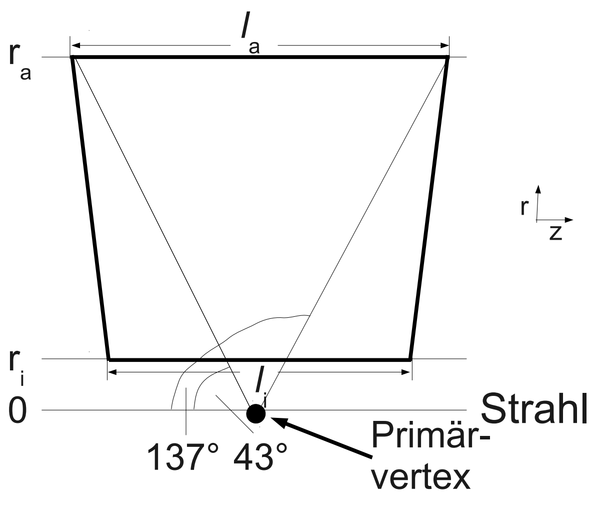

Abbildung 1: OPAL-Jetkammer. Diese besteht aus 159 Drähten im Abstand von jeweils 1 cm. Der innerste Draht befindet sich in einem Abstand von $r_i = 255$ mm vom Kollisionspunkt; der äußerste im Abstand von $r_a = 1835$ mm. Die Drahtlänge in z-Richtung beträgt in der innersten Lage $l_i = 160$ cm, in der äußersten $l_a = 200$ cm. Der gesamte Aufbau ist radialsymmetrisch. Das Koordinatensystem ist rechts dargestellt; der Ursprung befindet sich im Kollisionspunkt (Primärvertex).

Aufgabe 31 *Stoßparametermessung* **10 Punkte**

Eine wichtige Aufgabe von Spurdetektoren in der Teilchenphysik ist die Messung des Stoßparameters s zur Identifizierung von kurzlebigen Teilchen wie z.B. Tauonen. Ermitteln Sie die Unsicherheit der Stoßparameter-Messung für den idealisierten Detektor in Abbildung 2. Sie können für Aufgaben (i) und (ii) annehmen, dass der Teilchenimpuls normal auf die Detektorlagen gerichtet ist.

(i) Nehmen Sie zunächst an, Detektorlage 2 sei perfekt - seine Ortsauflösung also gleich $\sigma_2 = 0$. Wie groß ist die Unsicherheit der Stoßparametermessung σ_s als Funktion der Auflösung von Detektorlage 1, σ_1? Hinweis: Verwenden Sie den Strahlensatz.

(ii) Nehmen Sie nun an, Detektorlage 1 wäre perfekt, und Detektorlage 2 hat eine Ortsauflösung $\sigma_2 > 0$ - wie groß ist dessen Beitrag zu σ_s? Nehmen Sie weiter an, die beiden Beiträge wären unkorreliert. Zeigen Sie, dass die kombinierte Unsicherheit dann gleich $\sigma_s^2 = \frac{r_1^2\sigma_2^2 + r_2^2\sigma_1^2}{(r_2-r_1)^2}$ ist.

(iii) Einen zusätzlichen Beitrag liefert die Vielfachstreuung. Da innerhalb der Strahlröhre (Radius r_0) ein Vakuum vorherrscht, liefert nur der Bereich außerhalb einen Beitrag. Vernachlässigen sie auch den Beitrag der Streuung in der Strahlröhre selbst und betrachten Sie daher nur die Messung der zweiten Detektorlage:

a) Drücken Sie zunächst σ_s als Funktion von r_1, α und θ aus (Sie können dabei annehmen, dass α klein ist, also $\sin\alpha \approx \alpha$).

b) Die Winkelunsicherheit durch Vielfachstreuung (α) wurde in der Vorlesung besprochen: $\sqrt{< \alpha_{\mathrm{rms}}^2 >} = \frac{13.6\mathrm{MeV}}{\beta p} z \sqrt{\frac{x}{X_0}}$. Nehmen Sie $z = 1$ und $\beta = 1$ an und leiten Sie den Zusammenhang für die Unsicherheit des Stoßparameters ab; drücken Sie dabei auch p durch p_T aus.

(iv) Wie müssen die Parameter des Detektors (außer hoher Ortsauflösung der Detektorlagen) gewählt werden, um eine optimale Stoßparametermessung zu ermöglichen?

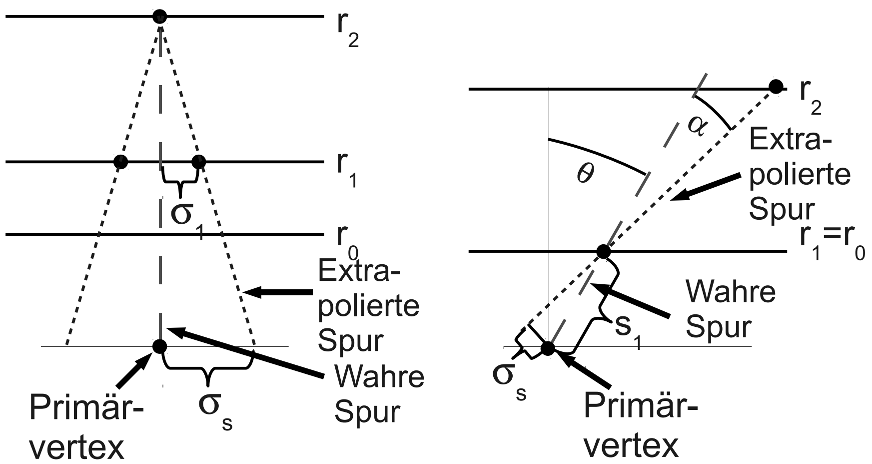

Abbildung 2: Idealisierter Detektor zur Vertexmessung. Links - zum geometrischen Fehler: r_1 (Abstand der Strahlröhre zum Punkt der Teilchenkollision, dem sogenannten Primärvertex) und r_2 sind die Abstände der Detektorlagen 1 und 2 zum Primärvertex, r_0 der Radius der Strahlröhre. Rechts - zum Fehler durch Vielfachstreuung: Vereinfachung durch die Annahme $r_1 = r_0$.