

# Experimentalphysik VI

## Kern- und Teilchenphysik

Prof. Markus Schumacher

ALU Freiburg, Sommersemester 2010

## Kapitel 10: Starke Wechselwirkung

# 10.1 Starke Wechselwirkung aus SU(3) Eichinvarianz

Quarks kommen in drei Farben vor: rot, grün, blau (Antiquarks in drei Antifarben)

$$q_f^T \equiv (q_f^1, q_f^2, q_f^3)$$

Starke Wechselwirkung unterscheidet nicht zwischen den Farben:

Stärke und Form der Kraft gleich, Masse von roten, blauen, grünen Quarks gleich

Lagrangedichte für freie Quarks (1 Flavour, Summe läuft über drei Farben)

$$\mathcal{L}_0 = \sum_f \bar{q} \left[ \frac{\lambda^a}{2}, \frac{\lambda^b}{2} \right] = i f^{abc} \frac{\lambda^c}{2}$$

Ist invariant unter globalen SU(3)-Transformationen im Farbraum

$$q_f^\alpha \longrightarrow (q_f^\alpha)' = U^\alpha_\beta q_f^\beta, \quad U U^\dagger = U^\dagger U = 1, \quad \det U = 1$$

SU(3)-Transformationen kann geschrieben werden als:

$$U = \exp \left\{ i \frac{\lambda^a}{2} \theta_a \right\}$$

8 Generatoren  $\lambda_a =$  Gell-Mann-Matrizen

8 Drehwinkel  $\theta_a$

# Starke Wechselwirkung aus SU(3) Eichinvarianz

Nun: verlange Invarianz unter lokalen SU(3)-Transformationen im Farbraum

Infinitesimal:  $q_f^\alpha \longrightarrow (q_f^\alpha)' = q_f^\alpha + i \left( \frac{\lambda^a}{2} \right)_{\alpha\beta} \delta\theta_a q_f^\beta,$

Freie Lagrangedichte nicht invariant unter lokalen Transformationen

→ erzwingt Einführungen von 8 Eichfeldern = Gluonen G mit Spin = 1

Mit folgenden Transformationsverhalten

$$G_a^\mu \longrightarrow (G_a^\mu)' = G_a^\mu - \frac{1}{g_s} \partial^\mu (\delta\theta_a) - f^{abc} \delta\theta_b G_c^\mu. \quad \left[ \frac{\lambda^a}{2}, \frac{\lambda^b}{2} \right] = i f^{abc} \frac{\lambda^c}{2}$$

Und folgender kovarianten Ableitung:

$$D^\mu q_f \equiv \left[ \partial^\mu + i g_s \frac{\lambda^a}{2} G_a^\mu(x) \right] q_f \quad \text{mit Kopplungsstärke } g_s$$

SU(3)-invariante Lagrangedichte lautet:

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} \equiv -\frac{1}{4} G_a^{\mu\nu} G_{\mu\nu}^a + \sum_f \bar{q}_f (i\gamma^\mu D_\mu - m_f) q_f$$

Mit Gluonfeldstärketensor:  $G_a^{\mu\nu}(x) = \partial^\mu G_a^\nu - \partial^\nu G_a^\mu - g_s f^{abc} G_b^\mu G_c^\nu$

# Starke Wechselwirkung aus SU(3) Eichinvarianz

und umgeschrieben:

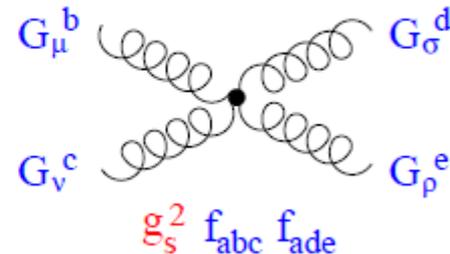
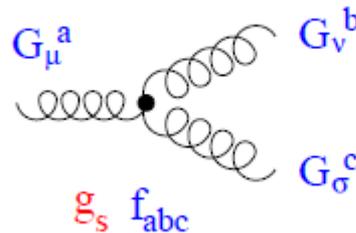
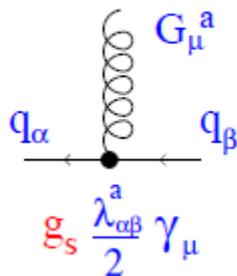
$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{QCD}} = & -\frac{1}{4} (\partial^\mu G_a^\nu - \partial^\nu G_a^\mu) (\partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a) + \sum_f \bar{q}_f^\alpha (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_f) q_f^\alpha \\ & - g_s G_a^\mu \sum_f \bar{q}_f^\alpha \gamma_\mu \left( \frac{\lambda^a}{2} \right)_{\alpha\beta} q_f^\beta \\ & + \frac{g_s}{2} f^{abc} (\partial^\mu G_a^\nu - \partial^\nu G_a^\mu) G_\mu^b G_\nu^c - \frac{g_s^2}{4} f^{abc} f_{ade} G_b^\mu G_c^\nu G_\mu^d G_\nu^e. \end{aligned}$$

Interpretation der Terme:

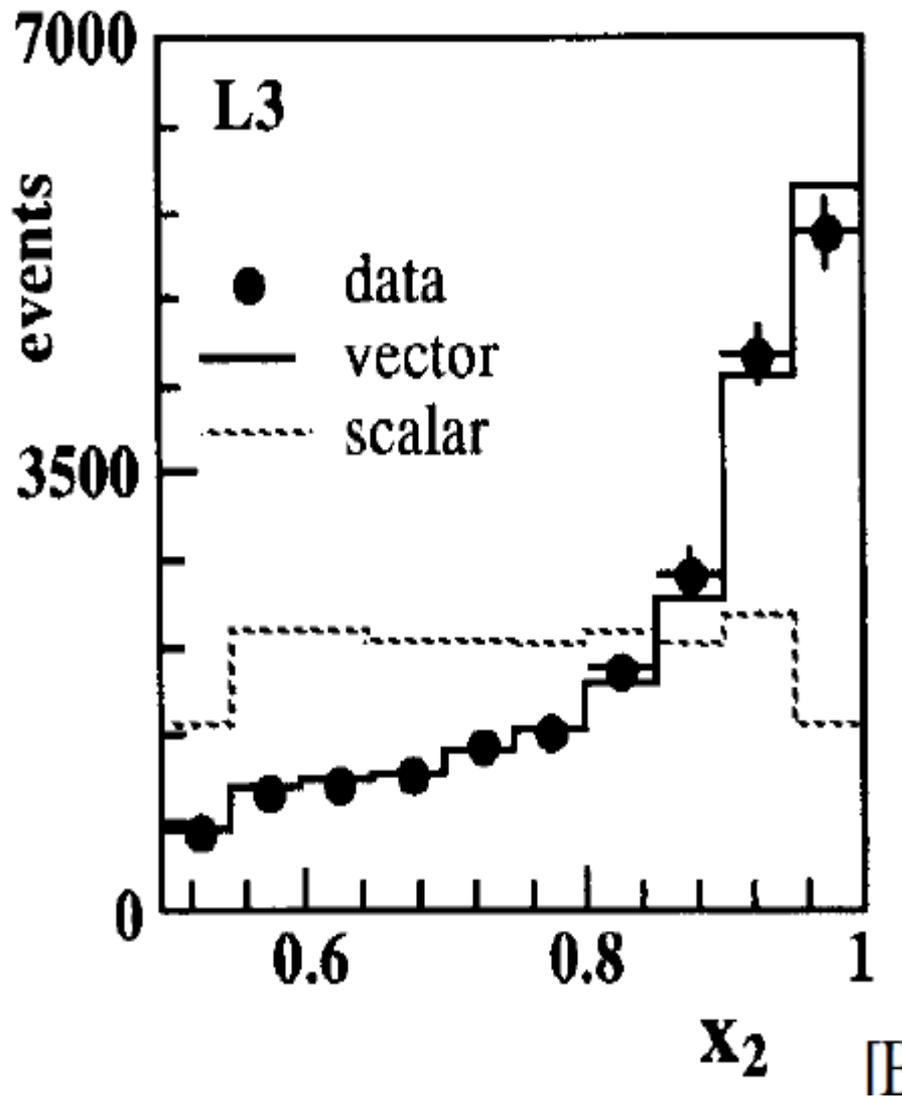
Erste Zeile: kinetische Energie/Propagation der Gluonen und Quarks

Zweite Zeile: Wechselwirkung zwischen Quarks durch Gluonaustausch

Dritte Zeile: Selbstwechselwirkung der Gluonen (3- und 4-Gluonvertex)  
wegen Nicht-Abelscher Natur der Eichgruppe SU(3)



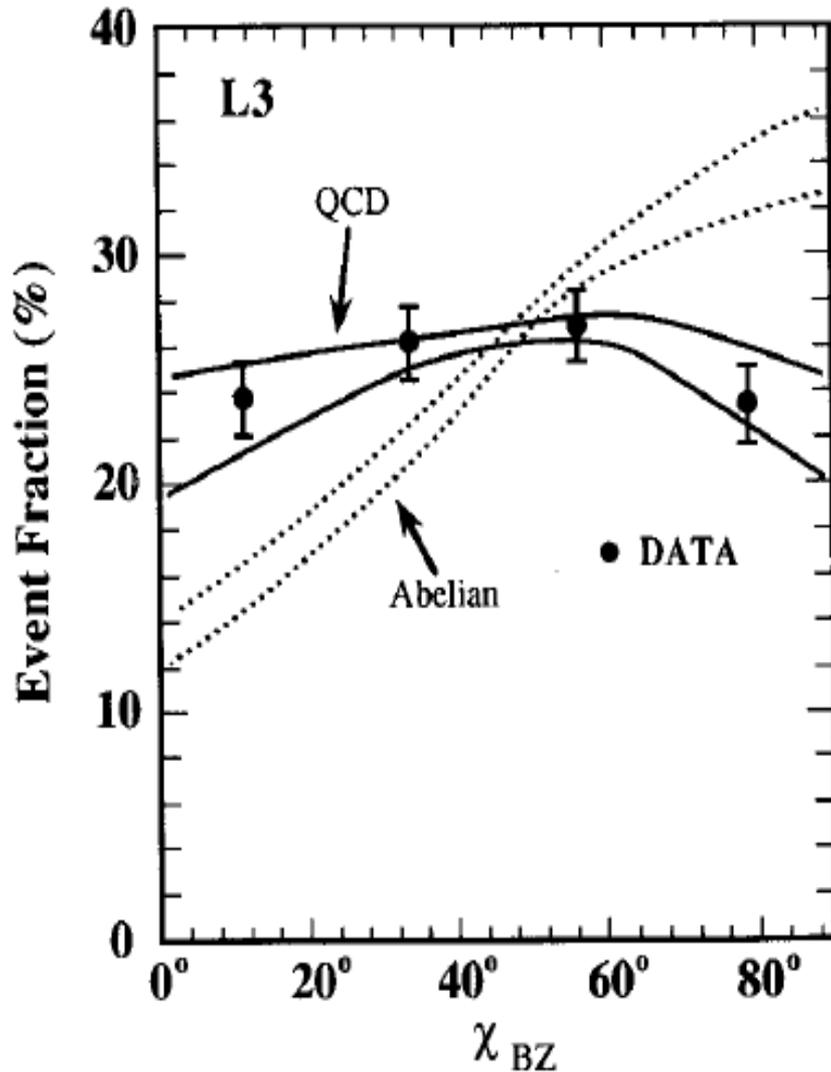
# 10.2.1 Evidenz für Gluonspin = 1: $e+e- \rightarrow 3$ Jets



Auswahl von 3-Jet Ereignissen

$$x_i = 2E_i/\sqrt{s}, x_1 > x_2 > x_3$$

# 10.2 Evidenz für Gluonselfkopplung: $e^+e^- \rightarrow 4 \text{ Jets}$



Nachweis der Gluonselfkopplung:  
Auswahl von 4-Jet Endzuständen

$x_i = 2E_i/\sqrt{s}$ ,  $x_1 > x_2 > x_3 > x_4$  (Energieordnung)

$\chi_{BZ}$  ist Winkel zwischen Ebenen

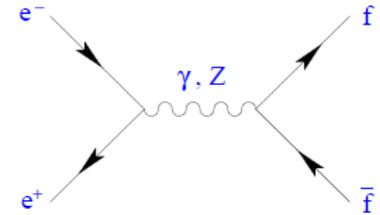
von  $p_1$  mit  $p_2$  und  $p_3$  mit  $p_4$

# 10.2.3 Evidenz für drei Farben

## a) R-Verhältnis in e+e- -Kollisionen

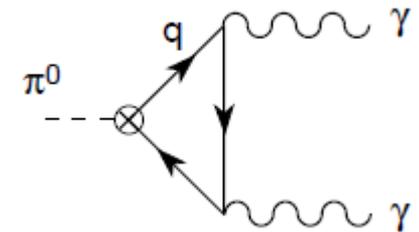
$$R_{e^+e^-} \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

$$R_{e^+e^-} \approx N_C \sum_{f=1}^{N_f} Q_f^2 = \begin{cases} \frac{2}{3} N_C = 2, & (N_f = 3 : u, d, s) \\ \frac{10}{9} N_C = \frac{10}{3}, & (N_f = 4 : u, d, s, c) \\ \frac{11}{9} N_C = \frac{11}{3}, & (N_f = 5 : u, d, s, c, b) \end{cases}$$



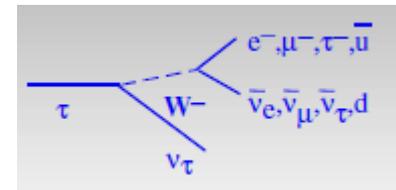
## b) Zerfallsbreite $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ Exp: $\Gamma = 7.7 \pm 0.6 \text{ eV}$

$$\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = \left(\frac{N_C}{3}\right)^2 \frac{\alpha^2 m_\pi^3}{64\pi^3 f_\pi^2} = 7.73 \text{ eV}$$

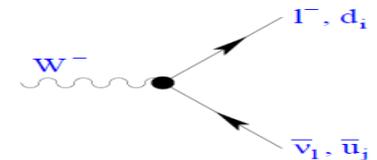


## c) Verzweigungsverhältnisse

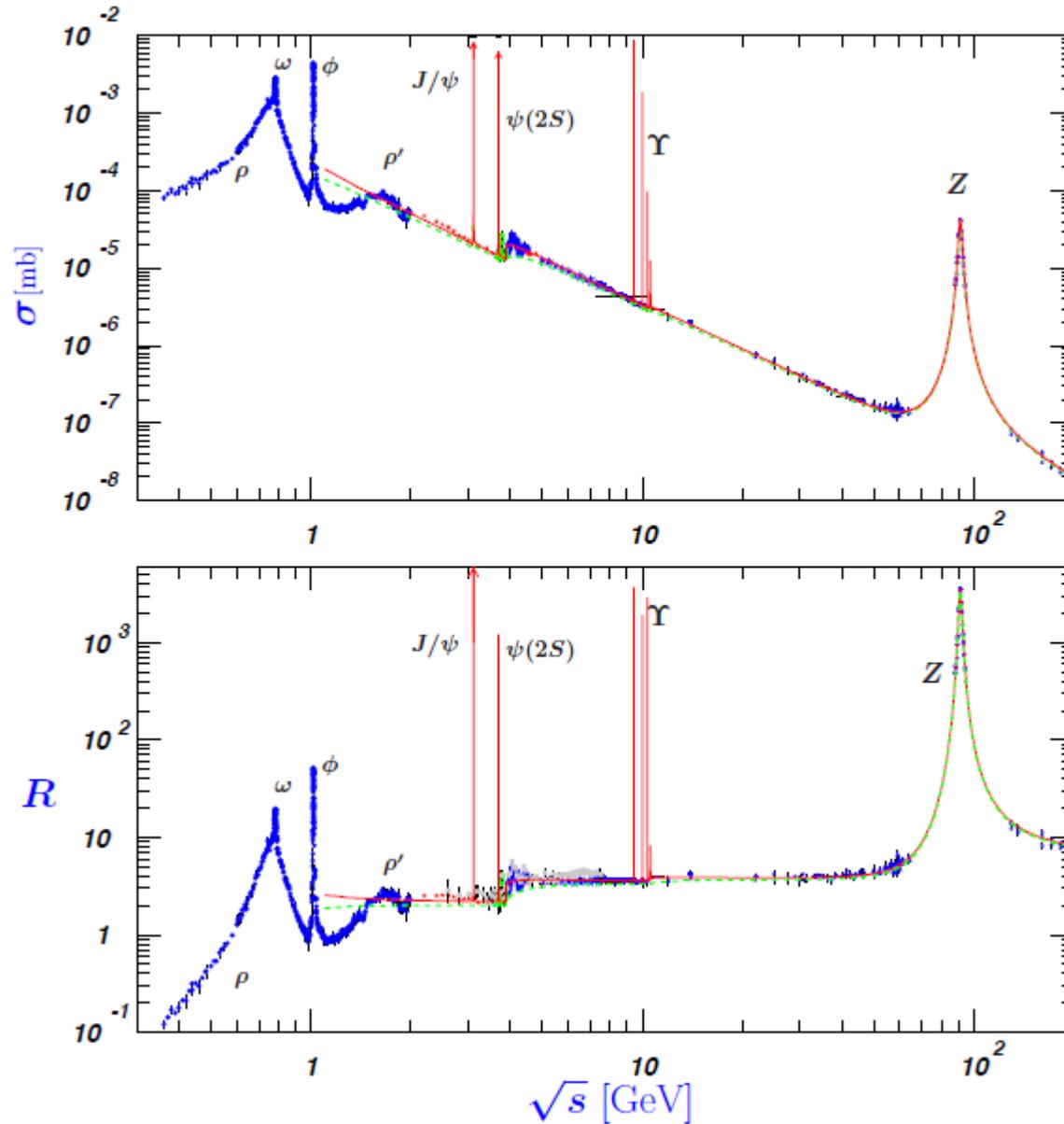
i)  $\tau \rightarrow \mu \nu$ : Exp: 18% Theorie:  $1/(2+N_C)$   
 alle Zerfälle  $\tau \rightarrow \mu \nu$ ,  $\tau \rightarrow e \nu$ ,  $\tau \rightarrow u d' \nu$



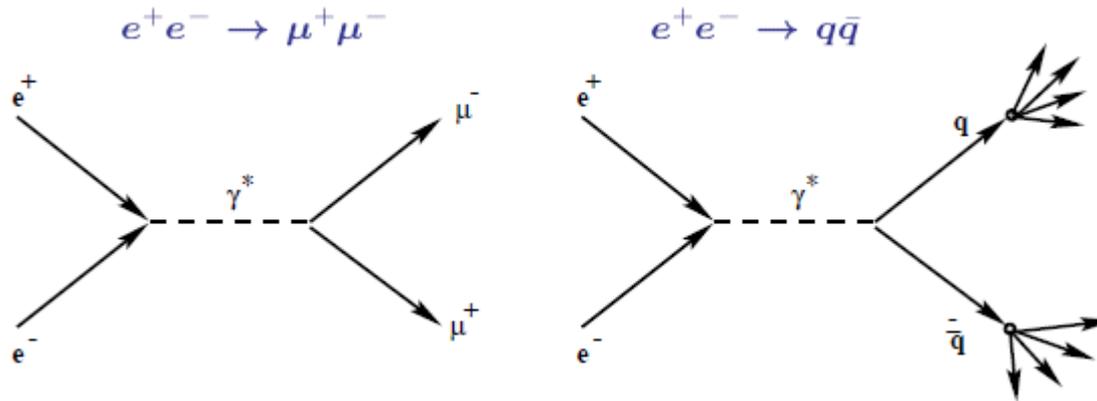
ii)  $W \rightarrow \mu \nu$ : Exp: 11% Theorie:  $1/(3+2*N_C)$   
 alle Zerfälle  $W \rightarrow e \nu$ ,  $W \rightarrow \mu \nu$ ,  $W \rightarrow \tau \nu$ ,  $W \rightarrow ud'$ ,  $W \rightarrow cs'$



# Messung der laufenden Starke Kopplungskonstanten

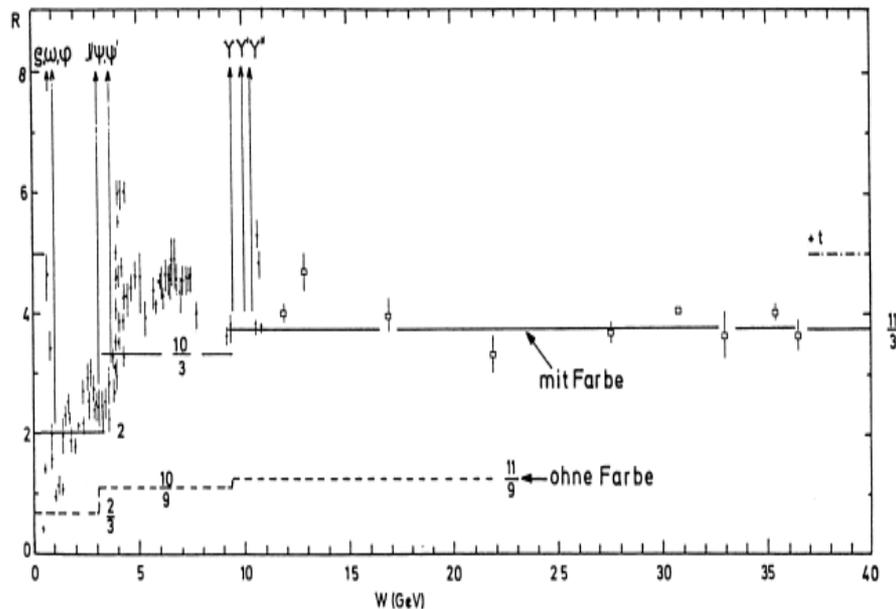


# Das R-Verhältnis und 3 Farben



$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}) = N_C \cdot \sum e_i^2 \cdot \sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$$



$$R_{dsu}(E < 3 \text{ GeV}) = 3 \cdot \left[ 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \right] = \frac{6}{3}$$

$$R_{dsuc}(E < 10 \text{ GeV}) = 3 \cdot \left[ 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \right] = \frac{10}{3}$$

$$R_{dsbuc}(E < 360 \text{ GeV}) = 3 \cdot \left[ 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \right] = \frac{11}{3}$$

$$R_{dsbuct}(E > 360 \text{ GeV}) = 3 \cdot \left[ 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \right] = \frac{15}{3}$$

# Laufende Kopplungskonstanten

Unterschiedliches Verhalten auf Einschleifenniveau:

$$\left(\alpha_s(q^2)\right)_{q\bar{q}} = \alpha_s(\mu^2) \left(1 + N_f \cdot \frac{\alpha_s(\mu^2)}{6\pi} \cdot \ln\left(\frac{q^2}{\mu^2}\right)\right)$$

$$\left(\alpha_s(q^2)\right)_{gg} = \alpha_s(\mu^2) \left(1 - 11 \cdot \frac{\alpha_s(\mu^2)}{4\pi} \cdot \ln\left(\frac{q^2}{\mu^2}\right)\right)$$

$N_f$  die Zahl der aktiven Quarkflavours mit  $2m_f < \sqrt{q^2}$

Alle Schleifen aufaddiert:

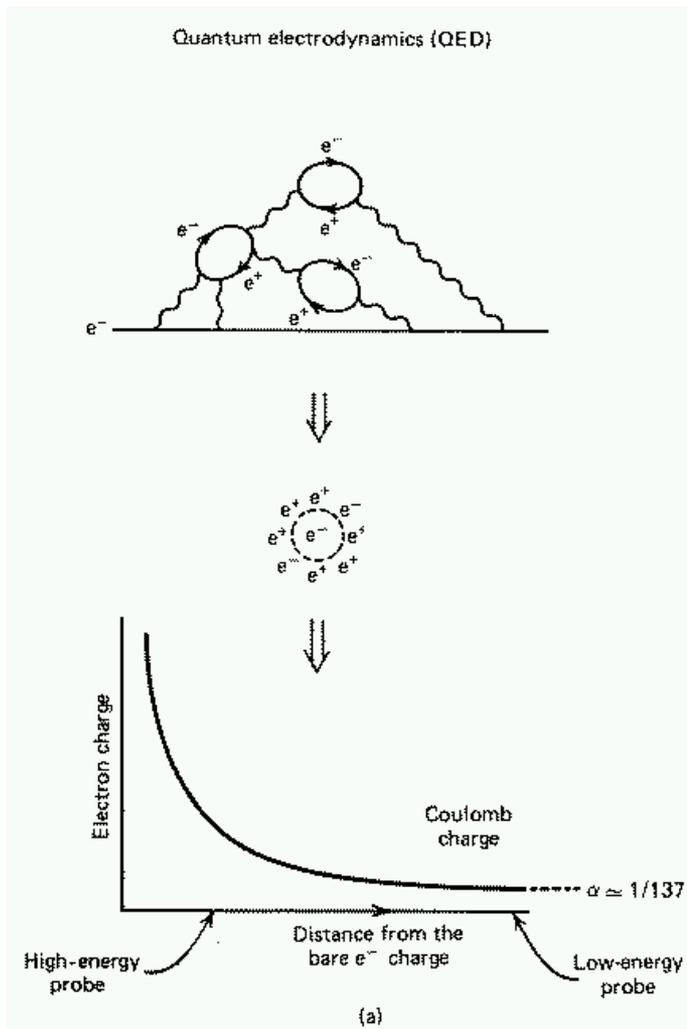
$$\alpha_s(q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + (33 - 2N_f) \frac{\alpha_s(\mu^2)}{12\pi} \ln\left(\frac{q^2}{\mu^2}\right)}$$

$\alpha_s \rightarrow 0$  für  $q^2 \rightarrow \infty$ , falls  $33 - 2N_f$ , also  $N_f < 16.5$

- Für  $q^2 \rightarrow \infty$  folgt  $\alpha_s(q^2) \rightarrow 0$ :  
asymptotische Freiheit
- Für  $q^2 \rightarrow 0$  folgt  $\alpha_s(q^2) \rightarrow \infty$ :  
**Confinement:** Störungstheorie versagt, Quarks und Gluonen existieren nicht als ungebundene, freie Objekte.

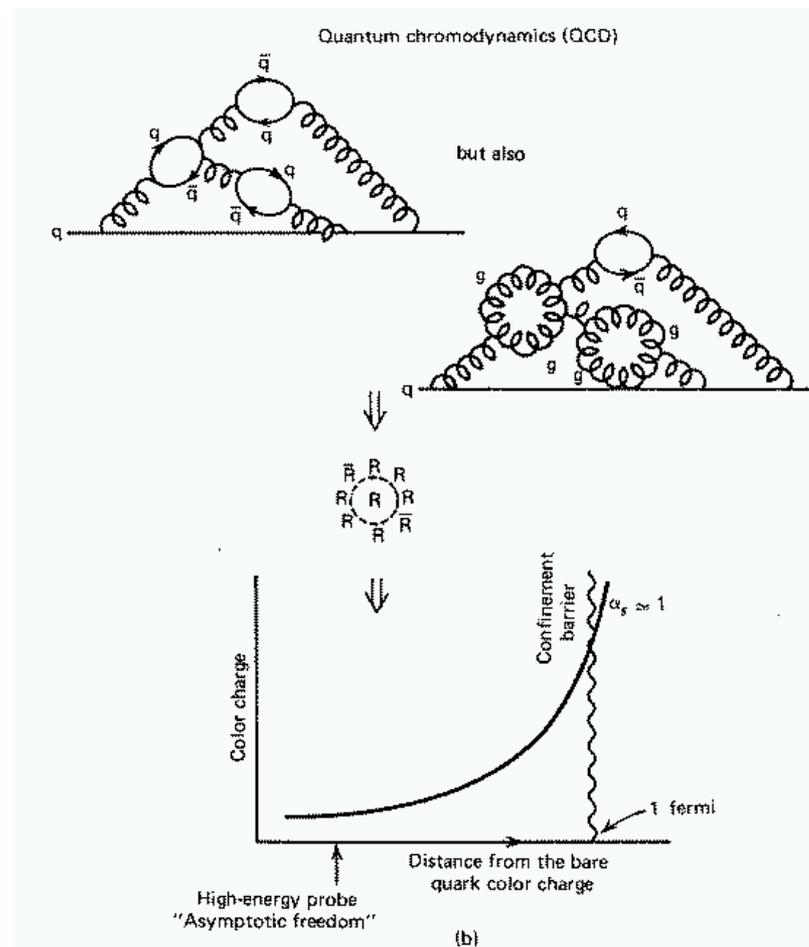
# Laufende Kopplungskonstanten

## QED



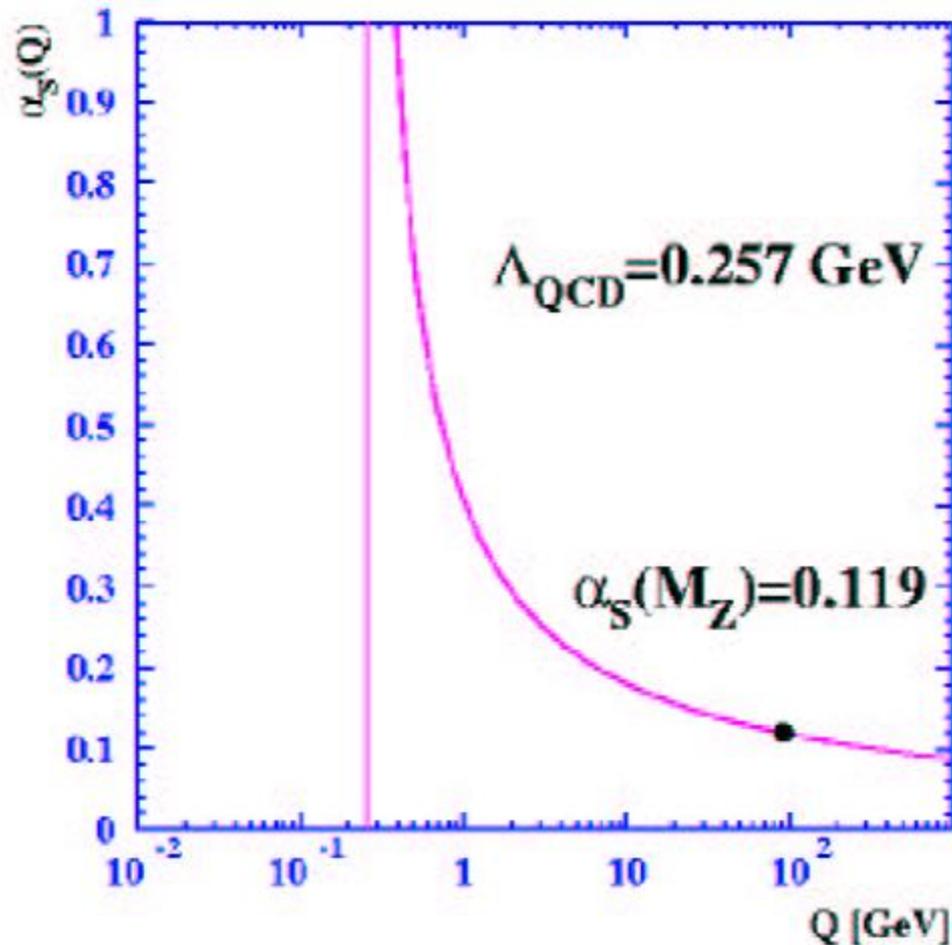
Nur Abschirmung

## QCD



Abschirmung durch Quarkschleifen  
Antiabschirmung durch Gluonschleifen

# Starke Wechselwirkung aus SU(3) Eichinvarianz



- Starke Kopplungs"konstante" läuft
- "Landaupol" ist Divergenz bei kleinen  $Q$
- "Asymptotische Freiheit" meint, daß  $\alpha_s(Q)$  für große  $Q$  verschwindet

Interpretation des Landaupoles:  
Energieskala bei der Confinement/  
Hadronisierung einsetzt

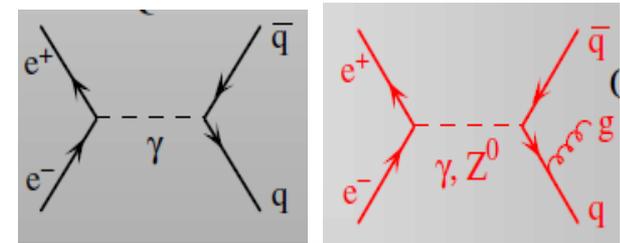
# Messung der starken Kopplungskonstanten (Beispiele)

## a) R-Verhältnis in e+e- -Kollisionen

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = R_{\alpha_s=0}^{theo.} \cdot (1 + a_1\alpha_s(Q^2) + a_2\alpha_s^2(Q^2) + \dots)$$

## b) Verhältnisse von Jetraten in e+e-, ep-Streuungen

$$\frac{N((n+1) \text{ Jets})}{N(n \text{ Jets})} \propto \alpha_s(Q^2)$$



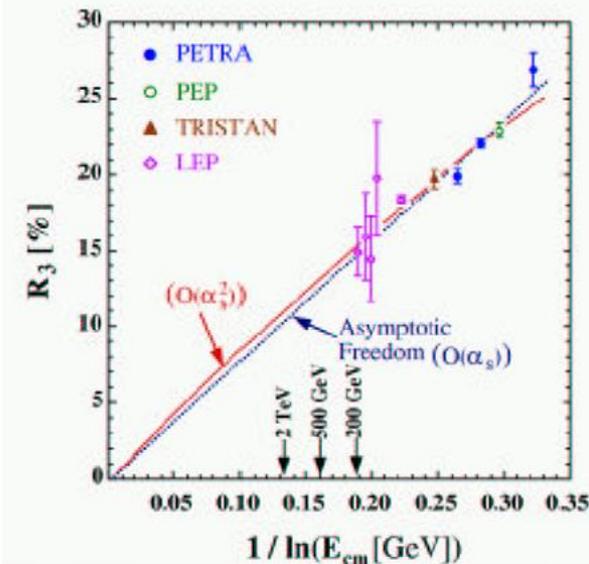
$$R_3 \equiv \frac{\sigma_{3\text{-jet}}}{\sigma_{\text{tot}}} \propto \alpha_s(E_{\text{cm}}) \propto \frac{1}{\ln E_{\text{cm}}}$$

## c) R-Verhältnis in Tau-Leptonzerfällen

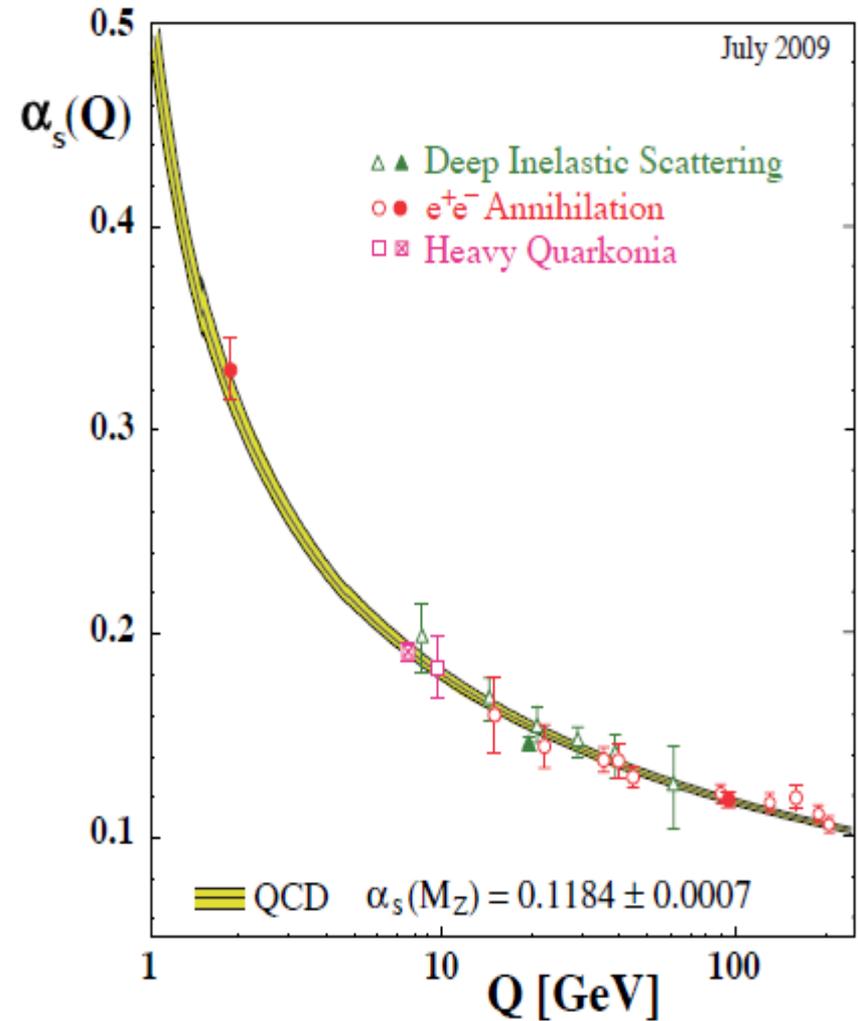
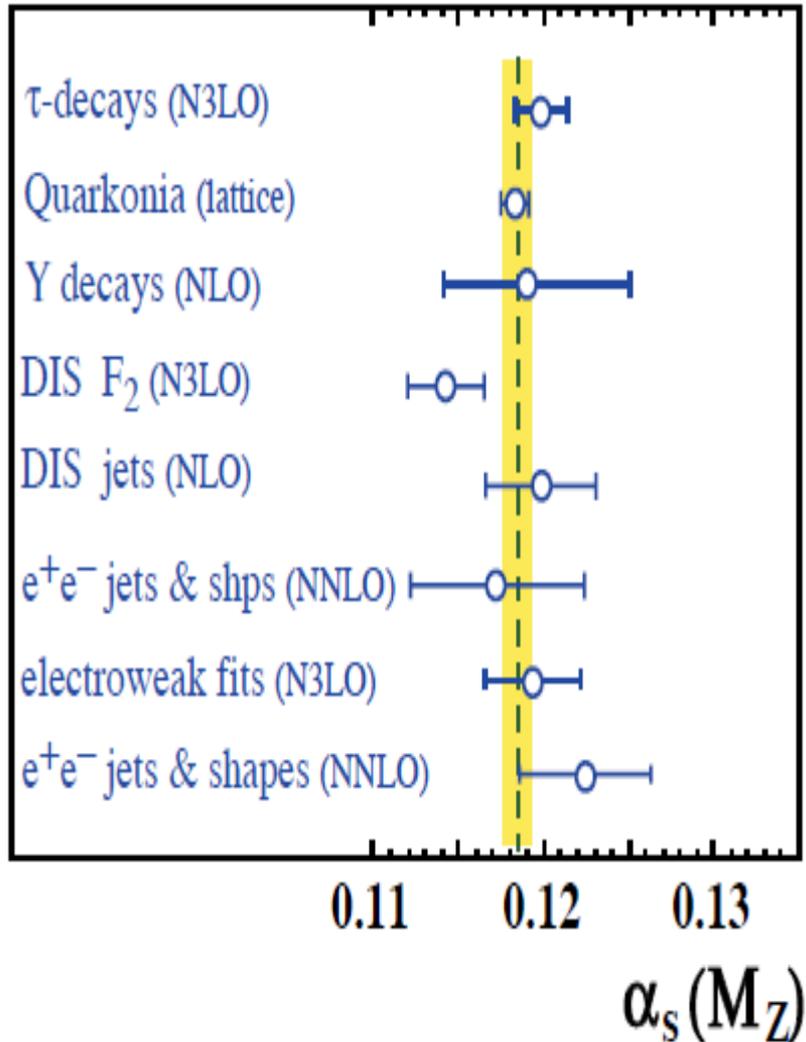
$$R_\tau = \frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow \text{Hadronen})}{\Gamma(\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau)} \propto \alpha_s(m_\tau^2)$$

## d) Massenspektren von Charmonium und Bottonium

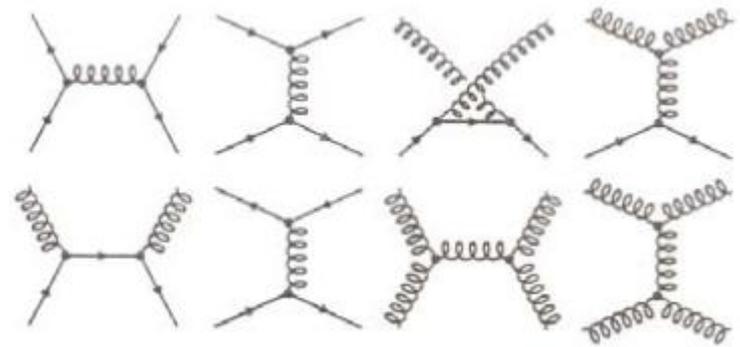
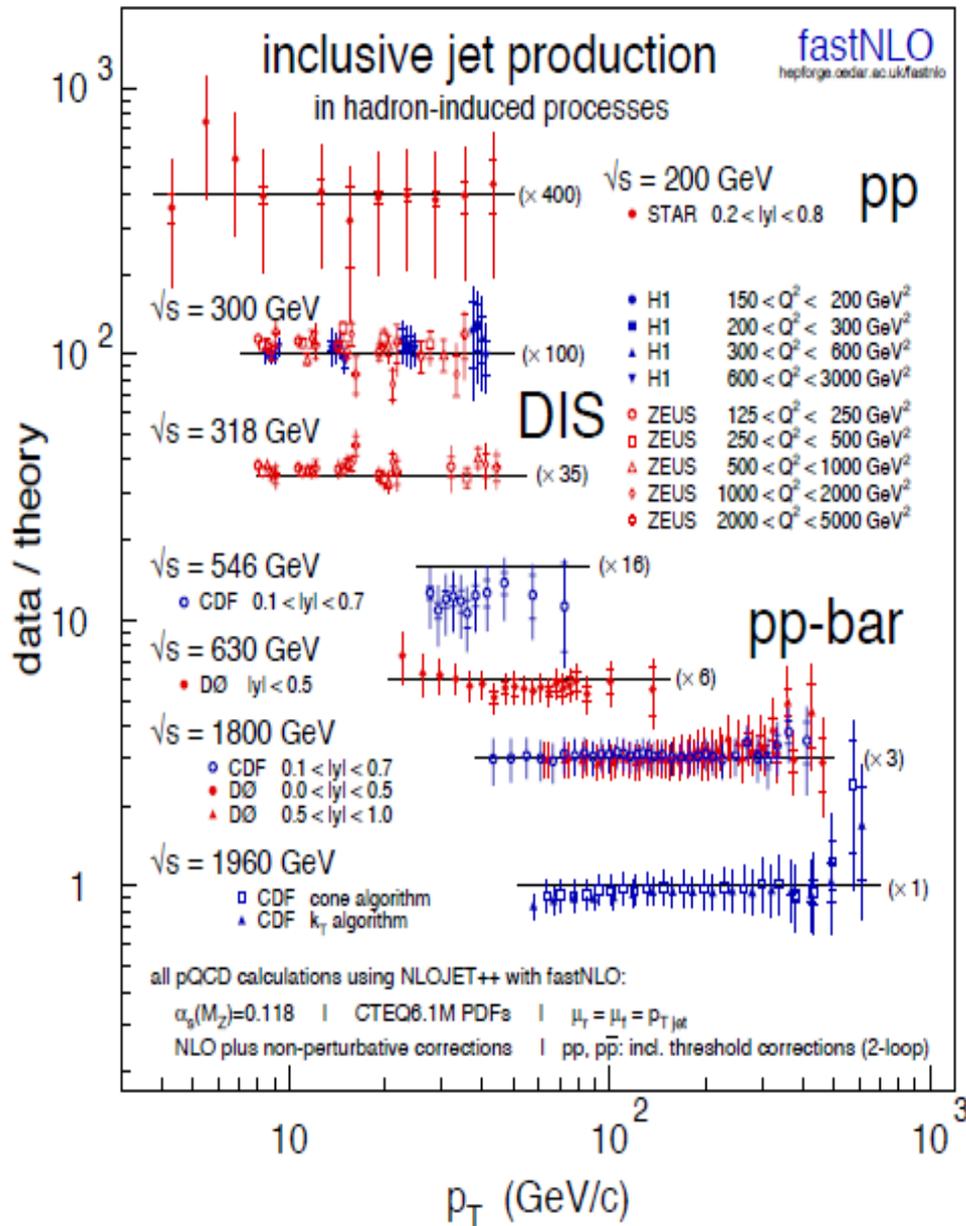
## e) Verletzung der Bjorkenschen Skaleninvarianz in Tiefinelastischer Streuung



# Messung der laufenden Starke Kopplungskonstanten

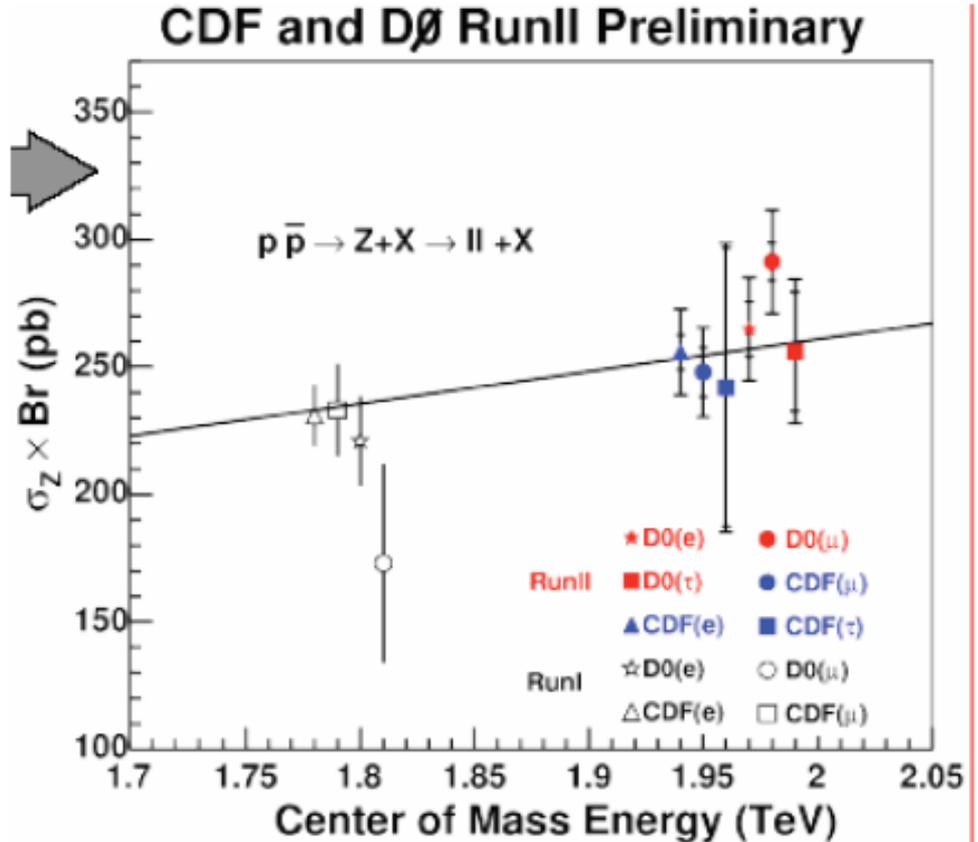
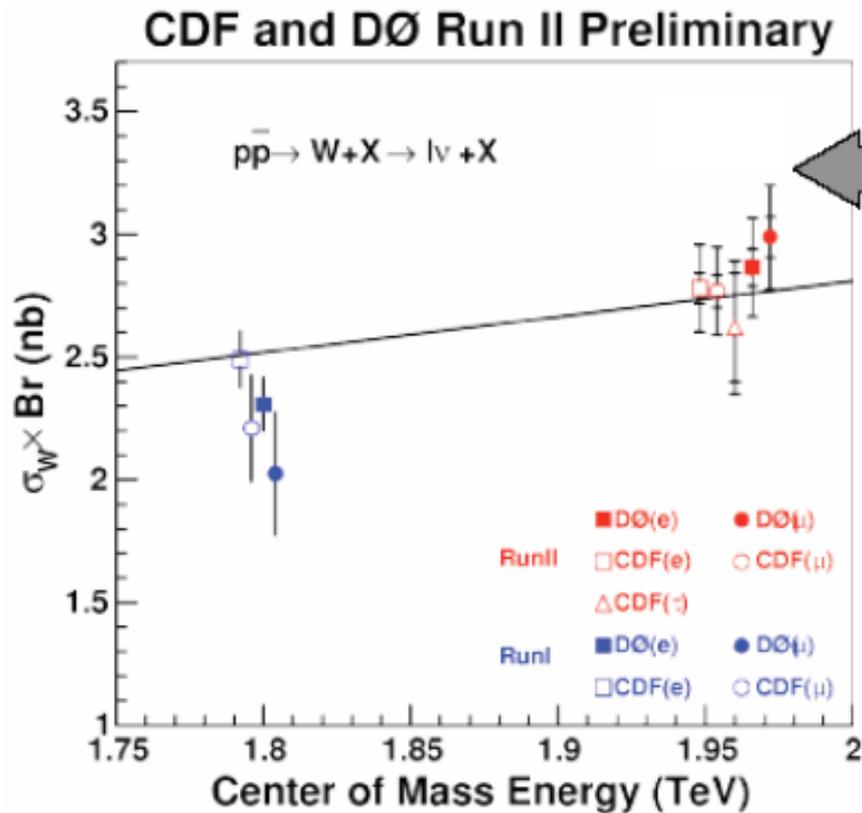


# Test der QCD in Jetproduktion

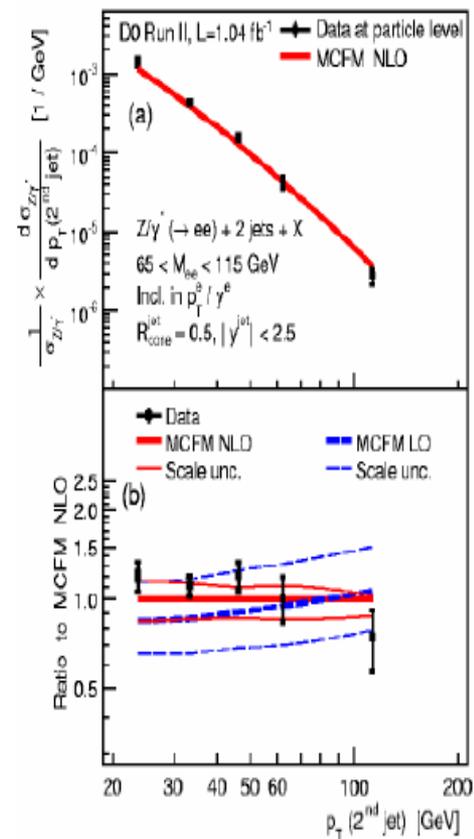
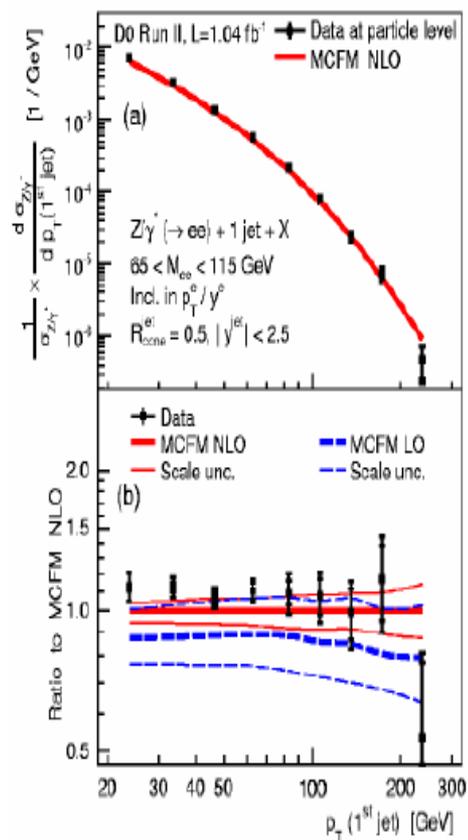
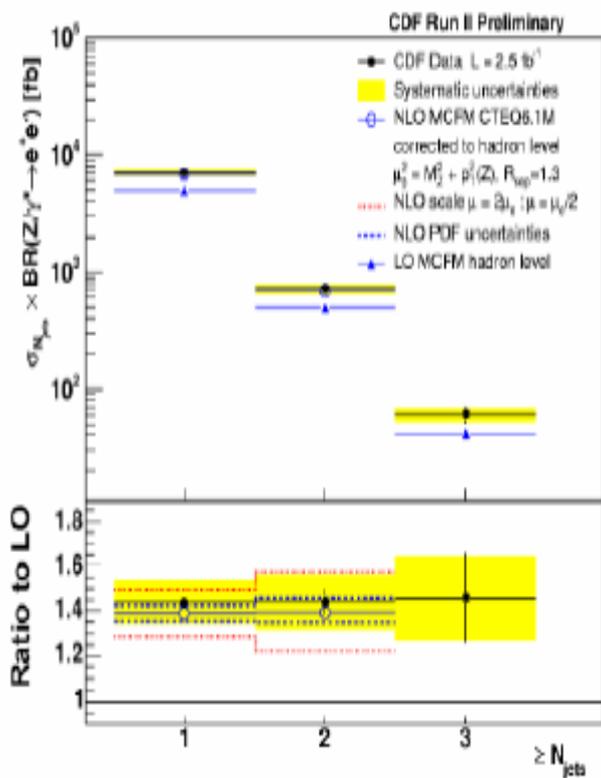
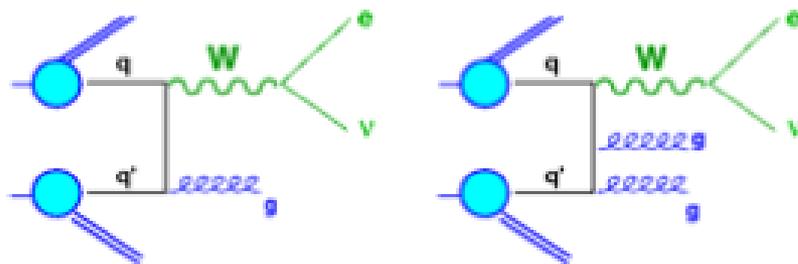


subprocess	$ M ^2$
$qq' \rightarrow qq'$	$\frac{4}{9} \frac{s^2 + u^2}{t^2}$
$qq \rightarrow qq$	$\frac{4}{9} \left( \frac{s^2 + u^2}{t^2} + \frac{s^2 + t^2}{u^2} \right) - \frac{8}{27} \frac{s^2}{ut}$
$q\bar{q} \rightarrow q'q\bar{q}'$	$\frac{4}{9} \frac{t^2 + u^2}{s^2}$
$q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$	$\frac{4}{9} \left( \frac{s^2 + u^2}{t^2} + \frac{t^2 + u^2}{s^2} \right) - \frac{8}{27} \frac{u^2}{st}$
$q\bar{q} \rightarrow gg$	$\frac{32}{27} \frac{u^2 + t^2}{ut} - \frac{8}{3} \frac{u^2 + t^2}{s^2}$
$gg \rightarrow q\bar{q}$	$\frac{1}{6} \frac{u^2 + t^2}{ut} - \frac{3}{8} \frac{u^2 + t^2}{s^2}$
$qg \rightarrow qg$	$-\frac{4}{9} \frac{u^2 + s^2}{us} + \frac{u^2 + s^2}{t^2}$
$gg \rightarrow gg$	$\frac{9}{2} \left( 3 - \frac{ut}{s^2} - \frac{us}{t^2} - \frac{st}{u^2} \right)$

# Test der QCD in W/Z-Produktion



# Test der QCD in W/Z-Produktion



# Fazit

Theoretische Beschreibung der starken Wechselwirkung  
durch Quantenchromodynamik QCD basierend auf lokaler SU(3)-Invarianz

8 Gluonen, masselos, Spin = 1

Nicht abelsche Eichtheorie → Gluonselfkopplung

Laufende Kopplung: kl. Abstände/gr.Energien → 0 „asymptotische Freiheit“  
gr. Abstände/kl. Energien → unendlich „confinement“

Grundkonzepte der QCD experimentell bestätigt

QCD auf Niveau von ~ 10% bestätigt in unterschiedlichsten Prozessen