

Experimentalphysik VI

Kern- und Teilchenphysik

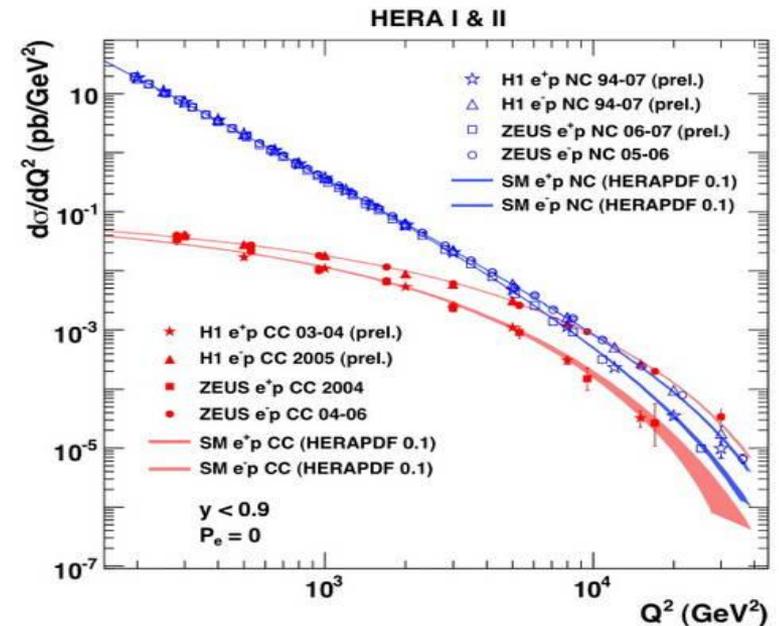
Prof. Markus Schumacher

ALU Freiburg, Sommersemester 2010

Kapitel 9: Schwache Wechselwirkung

Wann ist schwache Wechselwirkung dominant/beobachtbar?

- a) Bei Neutrinos im Anfangszustand z.B: Neutrino-Nukleon-Streuung
einzige Wechselwirkung die beiträgt, da Neutrinos keine elektromagnetische Ladung oder Farbladung tragen
- b) Bei Zerfällen in denen Symmetrie/Erhaltungszahl verletzt wird,
die in elektromagnetischer und starker Wechselwirkung erhalten sind.
z.B: $\pi^- \rightarrow \text{Elektron Neutrino}$ $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$
- c) Bei hohen Energien ist Stärke
von elektromagnetischer und
schwacher Wechselwirkung gleich
z.B: a) $ep \rightarrow eX$ $ep \rightarrow \text{neutrino } X$
(Photon und W Austausch nahezu gleich)



- b) $ee \rightarrow f\bar{f}$ Streuung bei hohen Schwerpunktsenergien
(Photon und Z Austausch)

Geladener und neutraler Strom Strom

Geladener Strom: Differenz der elektromagnetischen Ladung = 1 im Vertex
→ Emission/ Absorption eines geladenen W-Bosons

erste Beobachtung: Beta-Zerfall

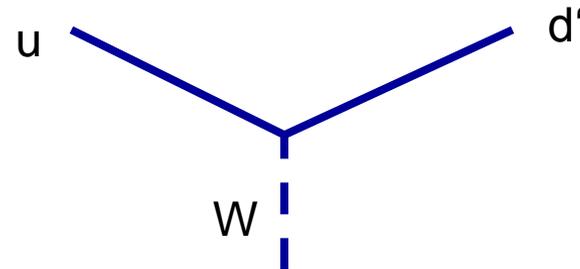
Änderung des Quark-Flavour im Vertex q-q-W-Bosons

Übergänge:

$u \leftrightarrow d'$ ($u \leftrightarrow d$, $u \leftrightarrow s$, $u \leftrightarrow b$)

$c \leftrightarrow s'$ ($c \leftrightarrow d$, $c \leftrightarrow s$, $c \leftrightarrow b$)

$t \leftrightarrow b'$ ($t \leftrightarrow d$, $t \leftrightarrow s$, $t \leftrightarrow b$)



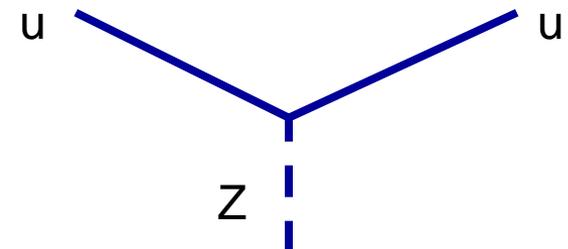
Neutraler Strom: Differenz der elektromagnetischen Ladung = 0 im Vertex
→ Emission/Absorption eines neutralen Z-Bosons

erste Beobachtung: Neutrino Nukleon → Neutrino Nukleon Streuung

keine Änderung der Quarkflavour im Vertex q-q-Z

i.e. nur Übergänge

$u \leftrightarrow u$, $d \leftrightarrow d$, $s \leftrightarrow s$, $c \leftrightarrow c$, $b \leftrightarrow b$, $t \leftrightarrow t$



8.1 Paritätsverletzung: Historie

1955: Theta-Tau Rätsel

Beobachtung von Strange-Mesonzerfällen durch schwache Wechselwirkung

$$\theta^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0 \quad (P = +1)$$

$$\tau^+ \rightarrow \begin{cases} \pi^+ + \pi^0 + \pi^0 \\ \pi^+ + \pi^+ + \pi^- \end{cases} \quad (P = -1)$$

Massen von Tau und Theta gleich (gleich heutiger Masse des K^+)

Annahme: Parität erhalten, dann zwei unterschiedliche Teilchen Theta und Tau
Parität nicht erhalten, dann ein Teilchen K^+ mit paritätsverletzenden Zerfall

1956: Lee-Yang: Vorschlag, dass Parität in schwacher Wechselwirkung verletzt ist

1956/57: erste Beobachtung von Paritätsverletzung im Wu-Experiment

Wu-Experiment

Untersuchung der Winkelverteilung der Elektronen im Beta-Zerfall

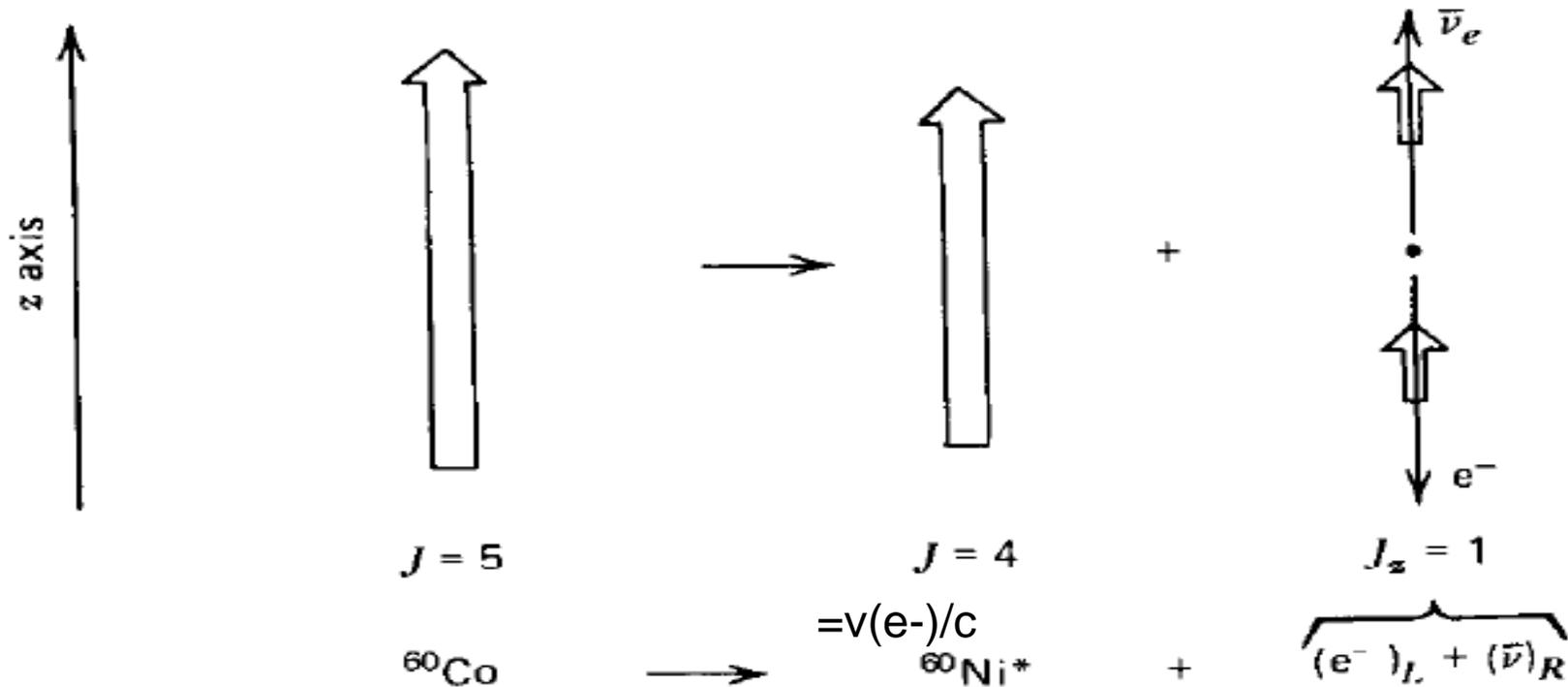
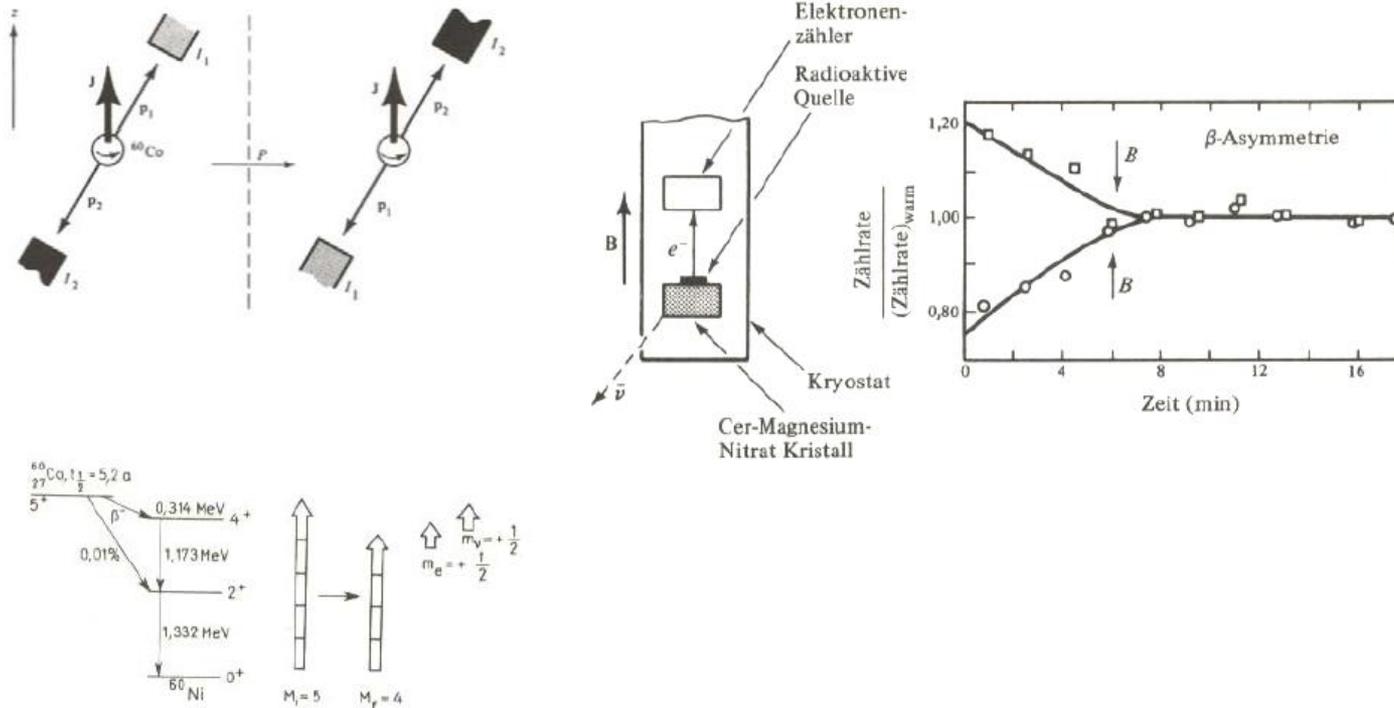


Fig. 12.3 The ${}^{60}\text{Co}$ experiment: the electron is emitted preferentially opposite the direction of the spin of the ${}^{60}\text{Co}$ nucleus.

Wu-Experiment



Messung der Asymmetrie:
$$\frac{N(e^-, p_z > 0) - N(e^-, p_z < 0)}{N(e^-, p_z > 0) + N(e^-, p_z < 0)} = v(e^-)/c$$

→ Paritätssymmetrie verletzt in geladenen schwachen Strom

Bemerkung: die angeregten Ni-Kerne senden symmetrische Photonstrahlung aus
Auch hier keine Paritätsverletzung in elektromagnetischer Wechselwirkung

Paritätsverletzung: weitere exp. Befunde

In den nächsten Jahren weitere Messungen/Experimente zu Beta-Zerfällen und Neutrinostreuung über geladenen Strom

Zusammenfassung der Ergebnisse:

- a) Neutrinos haben immer negative Helizität
- b) Antineutrinos haben immer positive Helizität
- c) Geladene Leptonen haben mittlere Helizität = $-v/c$ (-1 für $v \rightarrow c$)
- d) Geladene Antileptonen haben mittlere Helizität = v/c (+1 für $v \rightarrow c$)

Vgl: geladene Leptonen in der elektromagnetische Wechselwirkung

z.B. $e^+e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$

besitzen kein bevorzugte Helizität, d.h. mittlere Helizität = 0

dies bedeutet:

in der schwachen Wechselwirkung ist die Parität der Helizität **maximal verletzt**

Maximale Paritäts- und Ladungskonjugationsverletzung

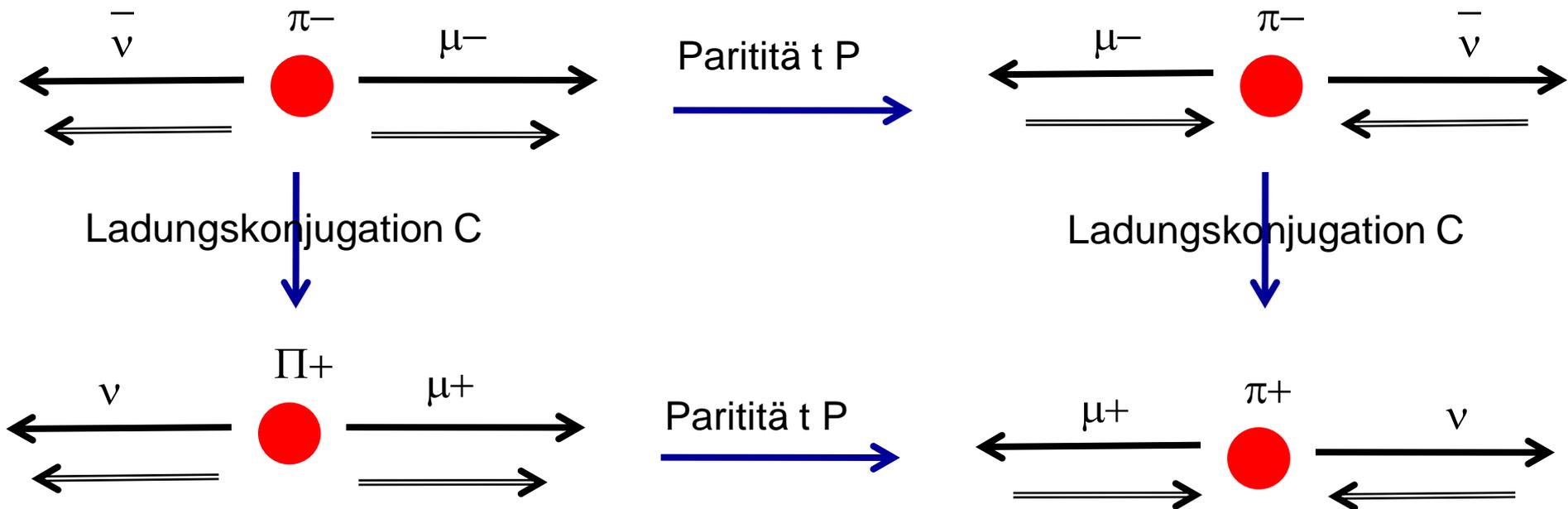
Betrachte den Zerfall des geladenen Pions in seinem Ruhesystem:

Impulsrichtung \longrightarrow

Spinrichtung \Longrightarrow

Neutrinos (Antineutrinos) sind Linkshändig=Helizität - (rechtshändig=Helizität +)

Drehimpulserhaltung und Spin=0 des Pions ergibt Helizität des geladene (Anti-)Leptons



Parität und Ladungskonjugation maximal verletzt in schwachen geladenen Strom
 Kombination CP erhalten (hier, Verletzung auf Niveau 10^{-3} in K- und B-Meson-System)

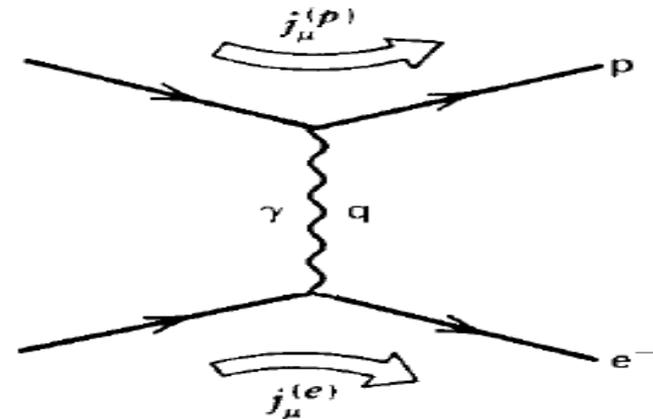
Beschreibung der P-Verletzung durch V-A Theorie

Erinnerung: el.-mag. Wechselwirkung: Vektorstrom-mal-Vektorstrom

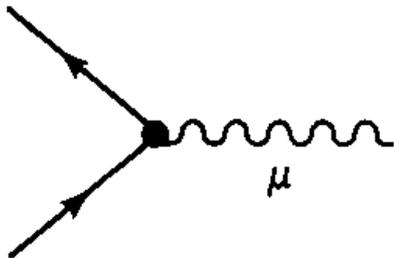
$$\mathcal{M} = (e\bar{u}_p \gamma^\mu u_p) \left(\frac{-1}{q^2} \right) (-e\bar{u}_e \gamma_\mu u_e)$$

$$ej_\mu^{em} \equiv j_\mu^{fi}(0) = -e\bar{u}_f \gamma_\mu u_i$$

$$\mathcal{M} = -\frac{e^2}{q^2} (j_\mu^{em})_p (j^{em\mu})_e.$$



Die el.-mag. Wechselwirkung ist invariant unter Paritätstranformationen



Vertexfaktor:

$$ig_e \gamma^\mu$$

Phoronpropagataor
(Masse = 0)

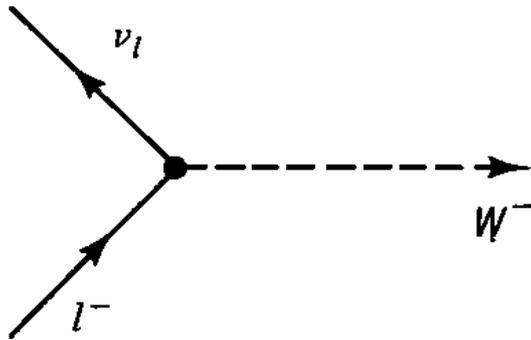
$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2}$$

$$g_e = e\sqrt{4\pi/\hbar c} = \sqrt{4\pi\alpha}.$$

$$\bar{\psi} \gamma^\mu \psi = \text{vector}$$

Beschreibung der P-Verletzung durch V-A Theorie

Schwacher geladener Strom: Austausch eines W-Bosons mit Masse M



W-Boson-Propagator
$$\frac{-i(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M^2 c^2)}{q^2 - M^2 c^2}$$

Für $q^2 \ll M_W^2$:
$$\frac{ig_{\mu\nu}}{(Mc)^2}$$

aus Vergleich mit Fermitheorie folgt:
$$G_F \equiv \frac{\sqrt{2}}{8} \left(\frac{g_w}{M_W c^2} \right)^2 (\hbar c)^3 \quad g_w = 0.66 \quad \alpha_w = \frac{g_w^2}{4\pi} = \frac{1}{29}$$

Bestimmung von G_F aus Myonzerfall:
$$\Gamma \equiv \frac{1}{\tau} = \int_0^{m/2} dE' \frac{d\Gamma}{dE'} = \frac{G^2 m^5}{192 \pi^3}$$

Vertexfaktor:
$$\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}} \gamma^\mu (1 - \gamma^5)$$

γ^5

Chiralitätsoperator

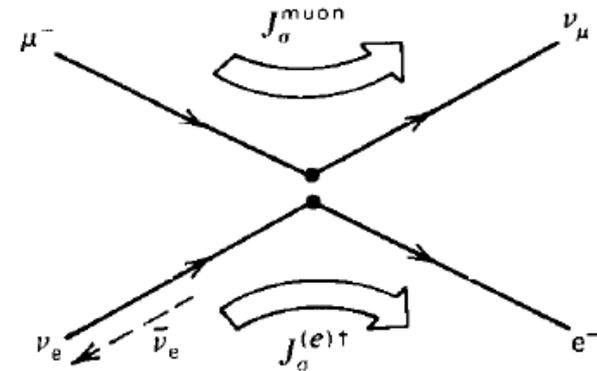
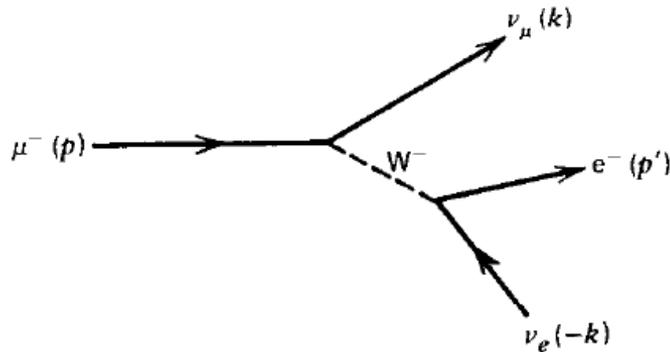
$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$$

Beschreibung der P-Verletzung durch V-A Theorie

$$\bar{\psi} \gamma^\mu \gamma^5 \psi = \text{pseudovector}$$

Pseudovektor=Axialvektor, d.h. positive Parität

Vertexfaktor liefert z.B. im Myonzerfall

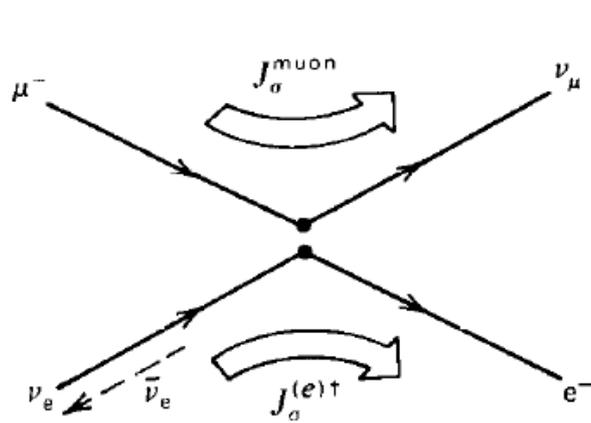


$$\mathcal{M} = \left(\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_{\nu_\mu} \gamma^\sigma \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) u_\mu \right) \frac{1}{M_W^2 - q^2} \left(\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_e \gamma_\sigma \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) u_{\nu_e} \right)$$

$$\mathcal{M}(\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu) = \frac{G}{\sqrt{2}} \left[\bar{u}_{\nu_\mu} \gamma^\sigma (1 - \gamma^5) u_\mu \right] \left[\bar{u}_e \gamma_\sigma (1 - \gamma^5) u_{\nu_e} \right]$$

$$G_F \equiv \frac{\sqrt{2}}{8} \left(\frac{g_w}{M_W c^2} \right)^2 (\hbar c)^3$$

Beschreibung der P-Verletzung durch V-A Theorie



$$\mathcal{M}(\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu) = \frac{G}{\sqrt{2}} \left[\bar{u}_{\nu_\mu} \gamma^\sigma (1 - \gamma^5) u_\mu \right] \left[\bar{u}_e \gamma_\sigma (1 - \gamma^5) u_{\nu_e} \right]$$

V - A x V - A

(Vektor-Axialvektor)x(Vektor-Axialvektor)

Ausmultiplizieren liefert
 = „VxV“ + „AxA“ - 2 „VxA“

Parität von „VxV“ und „AxA“ = positiv → Parität erhalten

Parität von Mischterm „VxA“ = negative → Parität verletzt

„V-A“-Ansatz erzeugt Paritätsverletzung in der schwachen Wechselwirkung

Kann „V-A“-Ansatz die experimentellen Ergebnisse (Helizitäten) erklären?

Chiralität und Helizität

Chiralität γ^5 :

- Eigenwerte = ± 1 (rechtshändig(rechtchiral)/linkshändig(linkschiral))
- ist i.a. kein Erhaltungsgrösse $[H, \gamma^5] \neq 0$
- ist vom Bezugssystem unabhängig

Helizität λ : Projektion des Spins auf Impulsrichtung

- Eigenwerte = $\pm \frac{1}{2}$
- ist Erhaltungsgrösse $[H, \lambda] = 0$
- ist vom Bezugssystem abhängig (Überholargument)



Für masselose Fermionen:

Teilchen: $2 \times \text{Helizität} = \text{Chiralität}$

Antiteilchen: $2 \times \text{Helizität} = - \text{Chiralität}$

Für massive Fermionen nur Aussage über Erwartungswert der Helizität:

Linkshändige Teilchen: mittlere Helizität = $-v/c$

Rechtshändige Teilchen: mittlere Helizität = v/c

Projektionsoperatoren

$P_1 = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$ und $P_2 = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)$ sind ortonormale Projektionsoperatoren

$$P_1 * P_1 = P_1 \quad P_2 * P_2 = P_2 \quad P_1 * P_2 = P_2 * P_1 = 0 \quad P_1 + P_2 = 1$$

Wirkung der Projektionsoperatoren auf Teilchenzustände
(durch explizites Nachrechnen):

Particles	Antiparticles
$u_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)u$	$v_L = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)v$
$u_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)u$	$v_R = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)v$
$\bar{u}_L = \bar{u} \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)$	$\bar{v}_L = \bar{v} \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$
$\bar{u}_R = \bar{u} \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$	$\bar{v}_R = \bar{v} \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)$

P_1, P_2 projizieren Teilchen/Antiteilchen-Zustände auf
Zustände positiver bzw. negativer Chiralität
gemäss obiger Tabelle

Der paritätsverletzende geladene schwache Strom

$$j_{\mu}^{-} = \bar{\nu} \gamma_{\mu} \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) e \quad \text{V-A-Struktur des geladenen schwachen Stromes}$$

Zerlegung der Spinoren in rechts und linkshändige Anteile:

$$u = \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) u + \left(\frac{1 + \gamma^5}{2} \right) u = u_L + u_R$$

Relationen zwischen Projektionsoperatoren:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right)^2 &= \frac{1}{4} [1 - 2\gamma^5 + (\gamma^5)^2] = \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) \\ \gamma_{\mu} \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) &= \left(\frac{1 + \gamma^5}{2} \right) \gamma_{\mu} \\ \gamma_{\mu} \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) &= \left(\frac{1 + \gamma^5}{2} \right) \gamma_{\mu} \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) \end{aligned}$$

ergibt: $j_{\mu}^{-} = \bar{\nu}_L \gamma_{\mu} e_L$

d.h. „V-A“ äquivalent zu Vektorkopplung zwischen linkschiralen T./rechtschiralen Antit-T.
bzw. nur linkschiralen T./rechtschiralen Antit-T. nehmen an schw. geladenen Strom Teil
→ experimentelle Befunde über Helizitäten in schw. Wechselwirkung erklärt

Bemerkung: Chiralität in el-mag. Wechselwirkung

Struktur des elektromagnetischen Stroms für Elektronen:

$$j_\mu^{em} = -\bar{e}\gamma_\mu e = -(\bar{e}_L + \bar{e}_R)\gamma_\mu(e_L + e_R) = -\bar{e}_L\gamma_\mu e_L - \bar{e}_R\gamma_\mu e_R$$

d.h. Die Chiralität bleibt im Vertex erhalten

Keine Kopplung von linkschiral an rechtschiral Zustände in el-mag. WW.

Mischterm verschwindet wegen Orthogonalität der Projektoren

$$\bar{e}_L\gamma_\mu e_R = \bar{e}\left(\frac{1 + \gamma^5}{2}\right)\gamma_\mu\left(\frac{1 + \gamma^5}{2}\right)e = \bar{e}\gamma_\mu\left(\frac{1 - \gamma^5}{2}\right)\left(\frac{1 + \gamma^5}{2}\right)e$$

$$(1 - \gamma^5)(1 + \gamma^5) = 1 - (\gamma^5)^2 = 0$$

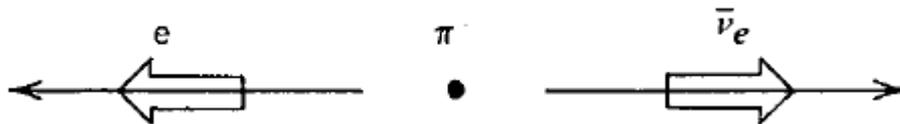
Zerfall des geladenen Pions

starke experimentelle Bestätigung der V-A-Struktur des geladenen schwachen Stromes

Mögliche Zerfälle:	$\pi^- \rightarrow \mu^- \nu_\mu$	und	$\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e$
Mit Verzweigungsverhältnissen	99.99%		0.01%

Goldene Regel liefert: $d\Gamma \sim |\text{Impuls des geladenen Leptons}| |\text{Matrixelement}|^2$
 Impulsbetrag = $(m_\pi^2 - m_l^2) / 2m_\pi$

Phasenraum bevorzugt Zerfall in Elektron \rightarrow Matrixelement muss diesen unterdrücken



Zerfall im Pionruhesystem:
 Spin des Pions = 0

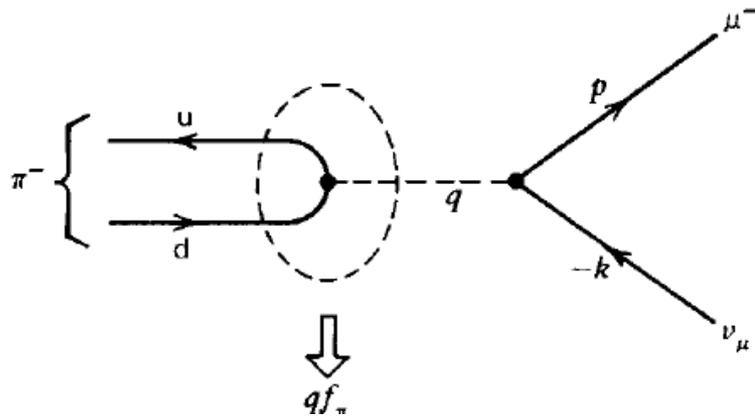
Masseloses rechtshändiges Antineutrino \rightarrow Helizität = +

Drehimpulserhaltung verlangt: Elektron muss ebenfalls Helizität = + besitzen

Elektron aus schwacher Wechselwirkung \rightarrow Chiralität = -1, linkshändig

Anteil von Helizität + an „ungeliebten“ linkshändigen Zustand: $(1-v/c)$

Zerfall des geladenen Pions: explizite Rechnung



$$\mathfrak{M} = \frac{G}{\sqrt{2}} (\dots)^\mu \bar{u}(p) \gamma_\mu (1 - \gamma^5) v(k)$$

(...) = hadronischer Strom, nicht berechnbar da Bindungszustand

Ansatz: $(\dots)^\mu = q^\mu f(q^2) \equiv q^\mu f_\pi$ f_π = Pionszerfallskonstante (exp. bestimmbar)

Berechnung mit Feynmanregeln:

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \left(\frac{g_w}{2M_W} \right)^4 f_\pi^2 m_l^2 (m_\pi^2 - m_l^2) \quad \Gamma = \frac{f_\pi^2}{\pi \hbar m_\pi^3} \left(\frac{g_w}{4M_W} \right)^4 m_l^2 (m_\pi^2 - m_l^2)^2$$

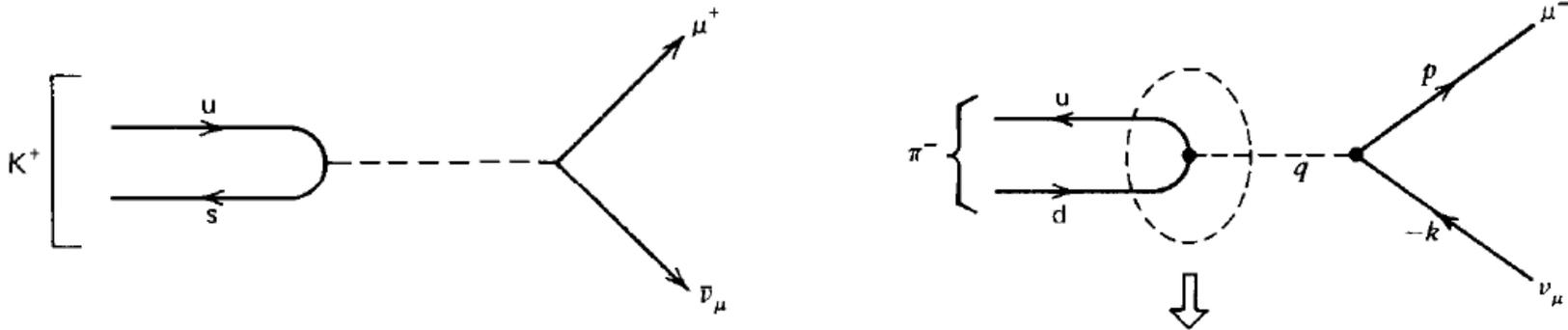
$$\frac{\Gamma(\pi^- \rightarrow e \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} = \left(\frac{m_e}{m_\mu} \right)^2 \left(\frac{m_\pi^2 - m_e^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2} \right)^2 = 1.2 \times 10^{-4} \quad \text{Gute Übereinstimmung mit exp. Ergebnissen !!!}$$

8.2 Schwache Wechselwirkung von Quarks

Anfang 60er Jahre: 3 Quark-Flavours bekannt u,d,s

Experimentelle Beobachtung; Zerfälle mit Δ strangeness ungleich 0 unterdrückt

Bsp: Vergleich von $K^+ \rightarrow l + \nu$ und $\pi^+ \rightarrow l + \nu$



Annahme: Kaonszerfallskonstante = Pionzerfallskonstante

→ Erwartung:

$$\Gamma_K/\Gamma_\pi = (M_\pi^3(M_K^2 - M_e^2)^2)/(M_K^3(M_\pi^2 - M_e^2)^2) \sim M_K/M_\pi \sim 3.5$$

Experimenteller Befund:

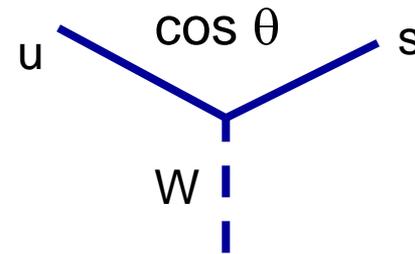
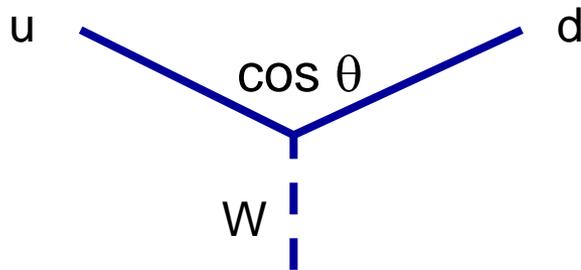
$$\Gamma_K/\Gamma_\pi = 1.34 \text{ für } l = \text{Myon} \text{ (0.26 für } l = \text{Electron)}$$

Erklärung im Rahmen der Cabbibotheorie

Eigenzustand der schwachen Wechselwirkung, der Übergänge zu up-Quark hat ist: Linearkombination von Massen/Flavor-Zuständen „down“ und „strange“

$$d_c = \cos \theta_c d + \sin \theta_c s \quad \theta_c = \text{Cabbibo-Winkel}$$

Es gibt nur Übergang zwischen: u und $d_c \rightarrow$ 2 Vertices mit unterschiedlichen Stärken



\rightarrow Neue Erwartung:

$$\Gamma_K / \Gamma_\pi = (\tan \theta_c)^2 (M_\pi^3 (M_K^2 - M_e^2)^2) / (M_K^3 (M_\pi^2 - M_e^2)^2)$$

\rightarrow Aus exp. Wert ergibt sich: $\theta_c = 15$ Grad $\sin \theta_c = 0.26$

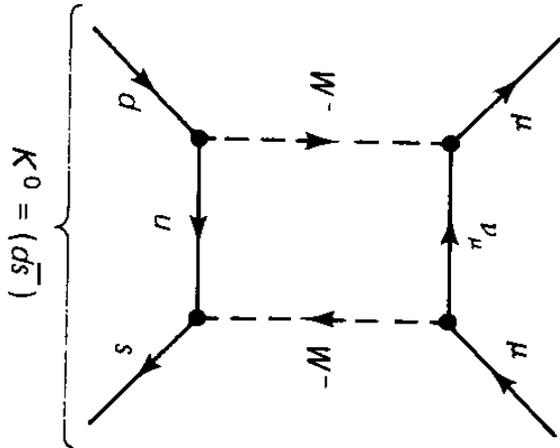
\rightarrow Andere Bestimmung des Cabbibo-Winkels : Vgl: $n \rightarrow p e^- \bar{\nu}$ und $\Lambda \rightarrow p e^- \bar{\nu} \rightarrow \theta_c = 13.1$ G

\rightarrow Unterschied durch QCD-Korrekturen \rightarrow nach Korrektur: $\theta_c = 12.7$ Grad $\sin \theta_c = 0.22$

Fazit: Cabbibotheorie erklärt Vielzahl von Verhältnissen von Zerfallsbreiten

Flavourändernde neutrale Ströme und GIM-Mechanismus

Im Cabbibi-Modell mit 3 Quarks ist Zerfall $K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ möglich



$$G \sim (G_F^2 \cos \theta_C \sin \theta_C)^2$$

$$\text{Exp.: BR} \sim 9 \times 10^{-9}$$

woher stammt diese Unterdrückung?

1970: Glashow, Iliopolous, Mainani (GIM)

Postulat eines vierten Quarks „Charme“

d' , s' sind ortogonale Mischzustände aus Massenzuständen s, d

$$d' = d \cos \theta_C + s \sin \theta_C, \quad s' = -d \sin \theta_C + s \cos \theta_C \quad \begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

Nur Übergang: $u \leftrightarrow d'$ und $c \leftrightarrow s'$

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ d \cos \theta_C + s \sin \theta_C \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ -d \sin \theta_C + s \cos \theta_C \end{pmatrix}$$

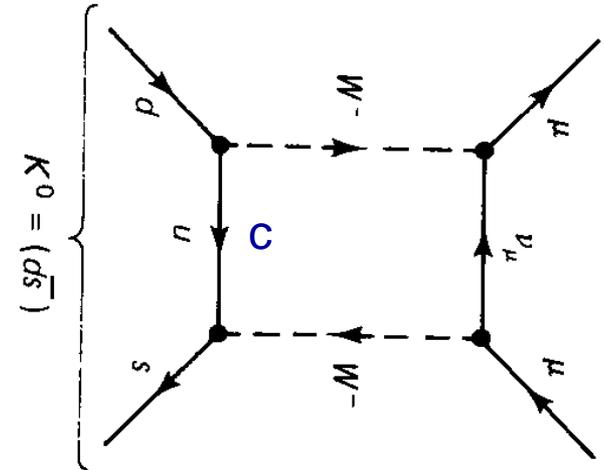
GIM-Mechanismus: Abwesenheit von FCNC

- Weiteres Feynndigramm mit c-Quark in der Box
- Zusätzlicher Beitrag zum Matrixelement

$$M \sim V_{du} \times V_{ds} + V_{dc} V_{cs}$$

$$= \cos \theta_c \times \sin \theta_c + (-\sin \theta_c) \times \cos \theta_c = 0$$

Gilt strikt nur masselose Quarks
 Differenzen in Quarkmassen erklären
 kl. Verzweigungsverhältnis



Ähnliche Argumentation für Diagramme mit Z-Bosonaustausch
 Man kann Zeigen: für Z sind \$s, d\$ und \$s, d\$ äquivalent

Fazit: GIM-Mechanismus erklärt die Abwesenheit (starke Unterdrückung)
 von flavourändernden neutralen Strömen auf Born- und Schleifenniveau

Verallgemeinerung auf drei Quarkgenerationen

Zustände der schwachen Wechselwirkung d', s', b' sind Mischungen
Der Flavour und Masseneigenzustände d, s, b

Mischung beschrieben durch unitäre 3x3 Matrix U:
Cabbibo-Kobayashi-Maskawa-Matrix

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{ud} & U_{us} & U_{ub} \\ U_{cd} & U_{cs} & U_{cb} \\ U_{td} & U_{ts} & U_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Übergänge nur in folgenden in Dubletts:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}$$

Elemente der CKM-Matrix geben die Stärke des Übergangs an:
z.B. U_{td} Stärke des Übergang down-Quark \leftrightarrow top-Quark

Die CKM-Matrix

Freie Parameter in Matrix: drei Winkel θ_i und eine komplexe Phase δ

$$U = \begin{pmatrix} c_1 & s_1 c_3 & s_1 s_3 \\ -s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ -s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} c_{12} c_{13} & s_{12} c_{13} & s_{13} e^{-i\delta} \\ -s_{12} c_{23} - c_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta} & c_{12} c_{23} - s_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta} & s_{23} c_{13} \\ s_{12} s_{23} - c_{12} c_{23} s_{13} e^{i\delta} & -c_{12} s_{23} - s_{12} c_{23} s_{13} e^{i\delta} & c_{23} c_{13} \end{pmatrix}$$

Die Phase erlaubt die Beschreibung von CP-Verletzung im Standardmodell

Finale Form des geladenen Stromes:

$$J^\mu = (\bar{u} \bar{c} \bar{t}) \frac{\gamma_\mu (1 - \gamma^5)}{2} U \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Die CKM-Matrix

Wolfensteinparametrisierung gibt Grössenverhältnisse wieder:

$$V = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4)$$

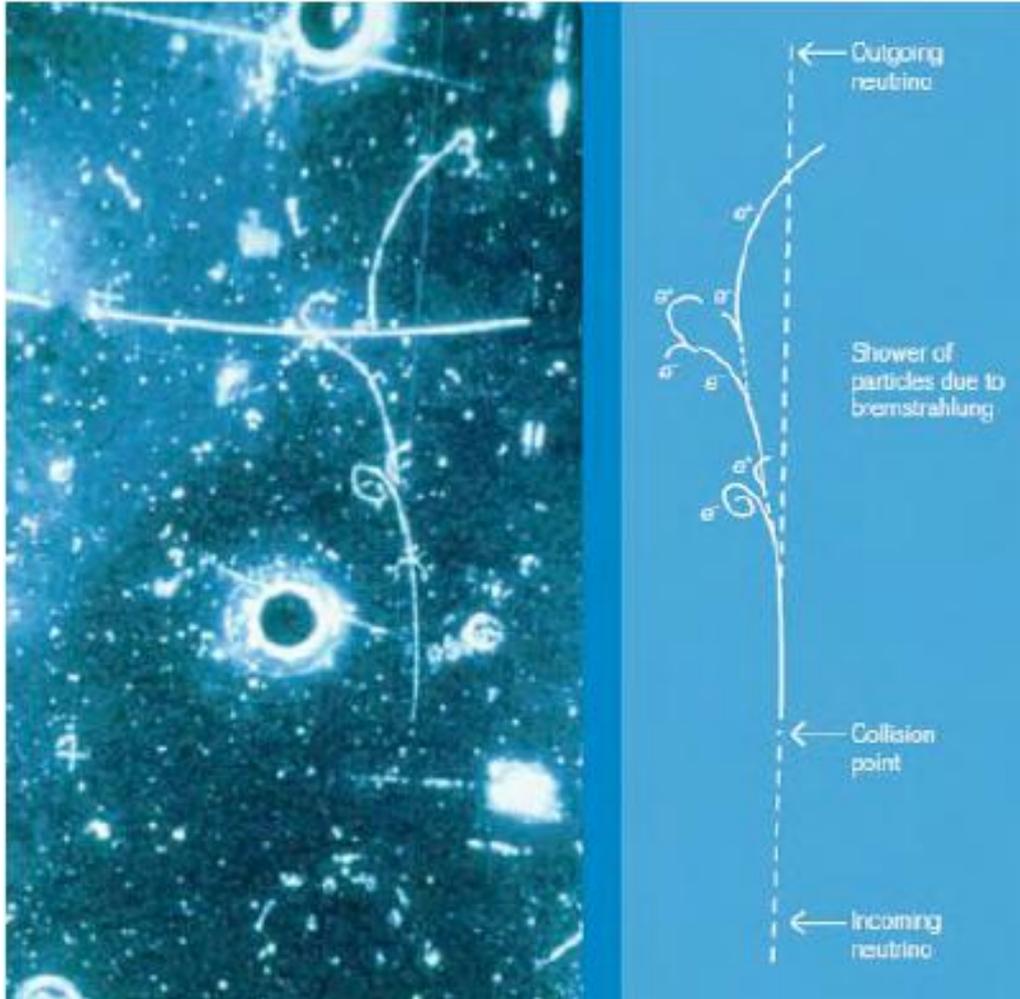
$$\lambda = \sin \theta_c = 0.22$$

Experimentelle Bestimmung komplexes Programm seit 30 Jahren
aus Zerfallsbreiten sehr vieler Hadronen

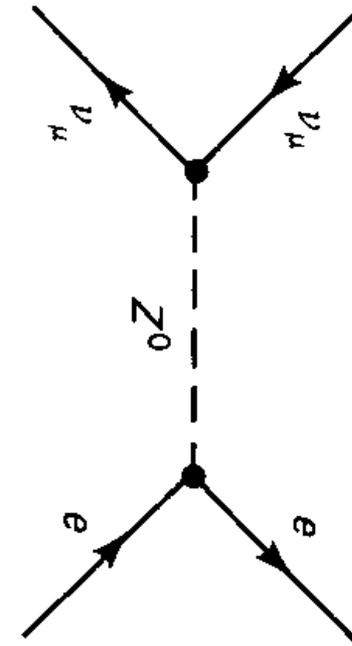
$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 0.97419 \pm 0.00022 & 0.2257 \pm 0.0010 & 0.00359 \pm 0.00016 \\ 0.2256 \pm 0.0010 & 0.97334 \pm 0.00023 & 0.0415^{+0.0010}_{-0.0011} \\ 0.00874^{+0.00026}_{-0.00037} & 0.0407 \pm 0.0010 & 0.999133^{+0.000044}_{-0.000043} \end{pmatrix}$$

9.4 Neutraler Schwacher Strom

Postuliert aus Symmetrieargumenten zur Vervollständigung der geladenen Ströme



Beobachtung der neutralen schwachen Stromes in $\nu_e \rightarrow \nu_e$ Streuung (1973)

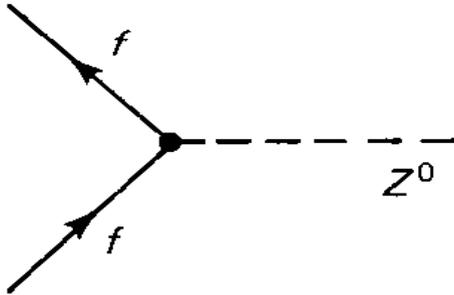


Struktur des neutralen schwachen Strom

Schwacher neutralen Strom koppelt an alle Fermionen

Bewirkt keine Übergänge zwischen verschiedenen Fermionen

Aber: Experiment zeigt: auch Kopplung an rechthändige Teilchen
→ Z kein „direkter Partner“ der W-Bosonen



$$\frac{-ig_Z}{2} \gamma^\mu (c_V^f - c_A^f \gamma^5)$$

C_V -Vektorkopplung C_A -Axialvektorkopplung, g_Z Stärke der Kopplung an Z-Boson

Experimentelle Bestimmung in Neutrino-Leptonstreuung
und $e+e^-$ -Kollisionen

Theoretische Vorhersage in Abhängigkeit von einem Parameter im Rahmen
des elektroschwachen Standardmodells

9.5. Elektroschwache Theorie Quantenflavourdynamik

Ziel: einheitliche Beschreibung von elektromagnetischer und schwacher Wechselwirkung durch das Prinzip der lokalen Eichinvarianz

- Zutaten:
- i) QED erfolgreich beschrieben durch $U(1)$ -Invarianz bzgl. el.-mag. Ladung
→ 1 Eichboson=Photon, gleich Kopplung an link- und rechtschirale Felder
 - ii) geladener schwacher Strom koppelt nur linkshändige Felder
 - Austausch von zwei geladenen W-Bosonen
 - unterscheidet nicht zwischen e- und Neutrino etc.
→ Eingliederung in schwaches Isospinmultiplett mit $I_3 = -1/2$ und $+1/2$
 - iii) neutraler Strom koppelt an links und rechtshändige Felder
Austausch von einem neutralen Z-Boson

→ Brauchen vier Eichfelder aber W^+ , W^- und Z können nicht als Multiplett gefasst werden wegen unterschiedlicher Kopplung an rechtshändige Felder

Ansatz für Eichgruppe:

$SU(2)$ des schwachen Isospins wirkt nur auf linkshändige Felder

Neue $U(1)$ der schwachen Hyperladung wirkt auf links und rechtshändige Felder g

9.5. Elektoschwache Theorie Quantenflavourdynamik

Quantenzahlen:

Linkshändige Fermionen sitzen in Dubletts bzgl SU(2) $I_3 = -1/2$ und $+1/2$

Rechthändige Fermionen sitzen in Singulets bzgl SU(2) $I_3 = 0$

Hyperladung Y für jede Lepton, Quarksorte und Chiralität unterschiedlich

	Leptonen						Quarks					
	Q	Y	I_W^3	3 Familien			Q	Y	I_W^3	3 Familien		
Dubletts	0 -1	-1 -1	1/2 -1/2	$(\nu_e)_L$	$(\nu_\mu)_L$	$(\nu_\tau)_L$	2/3 -1/3	1/3 1/3	1/2 -1/2	$(u)_L$	$(c)_L$	$(t)_L$
Singulett	-	-	-	-	-	-	2/3	4/3	0	u_R	c_R	t_R
	-1	-2	0	e_R	μ_R	τ_R	-1/3	-2/3	0	d_R	s_R	b_R

Freie Lagrangedichte für erste Quarkgeneration

$$\mathcal{L}_0 = i\bar{u}(x)\gamma^\mu\partial_\mu u(x) + i\bar{d}(x)\gamma^\mu\partial_\mu d(x) = \sum_{j=1}^3 i\bar{\psi}_j(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi_j(x)$$

Mit:

$$\psi_1(x) = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \quad \psi_2(x) = u_R, \quad \psi_3(x) = d_R$$

9.5. Elektoschwache Theorie Quantenflavourdynamik

Freie Lagrangedichte ist invariant unter globalen Transformationen:

$$\begin{aligned}
 \psi_1(x) &\xrightarrow{G} \psi'_1(x) \equiv \exp\{iy_1\beta\} U_L \psi_1(x), \\
 \psi_2(x) &\xrightarrow{G} \psi'_2(x) \equiv \exp\{iy_2\beta\} \psi_2(x), \\
 \psi_3(x) &\xrightarrow{G} \psi'_3(x) \equiv \exp\{iy_3\beta\} \psi_3(x),
 \end{aligned}
 \qquad
 U_L \equiv \exp\left\{i \frac{\sigma_i}{2} \alpha^i\right\}$$

y_i : Hyperladung unter U(1)-Transformation

$U_L = \text{SU}(2)$ Matrix mit drei Drehwinkeln und Generatoren = Paulimatrizen

Nun verlange Invarianz unter lokalen Transformationen: $\alpha^i = \alpha^i(x)$ and $\beta = \beta(x)$

→ erzwingt Einführung von einem Eichfeld B für $U(1)_Y$
 und drei Eichfelder W_1, W_2, W_3 für $\text{SU}(2)_L$

Mit folgendem Transformationsverhalten:

$$\begin{aligned}
 B_\mu(x) &\xrightarrow{G} B'_\mu(x) \equiv B_\mu(x) - \frac{1}{g'} \partial_\mu \beta(x), & U_L(x) &\equiv \exp\left\{i \frac{\sigma_i}{2} \alpha^i(x)\right\} \\
 \widetilde{W}_\mu &\xrightarrow{G} \widetilde{W}'_\mu \equiv U_L(x) \widetilde{W}_\mu U_L^\dagger(x) + \frac{i}{g} \partial_\mu U_L(x) U_L^\dagger(x), & \widetilde{W}_\mu(x) &\equiv \frac{\sigma_i}{2} W_\mu^i(x)
 \end{aligned}$$

Elektoschwache Theorie Quantenflavourdynamik

Und Ersetzung der Ableitung durch folgende kovariante Ableitungen:

$$\begin{aligned} D_\mu \psi_1(x) &\equiv \left[\partial_\mu + i g \widetilde{W}_\mu(x) + i g' y_1 B_\mu(x) \right] \psi_1(x) \\ D_\mu \psi_2(x) &\equiv \left[\partial_\mu + i g' y_2 B_\mu(x) \right] \psi_2(x), \\ D_\mu \psi_3(x) &\equiv \left[\partial_\mu + i g' y_3 B_\mu(x) \right] \psi_3(x), \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{Zwei Kopplungsstärken} \\ g \text{ für SU(2)-Gruppe} \\ g' \text{ für U(1)-Gruppe} \end{array}$$

Mit Feldstärketensoren: $B_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g \epsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k$$

Kompakte invariante Lagrangedichte: $\mathcal{L} = \sum_{j=1}^3 i \bar{\psi}_j(x) \gamma^\mu D_\mu \psi_j(x)$

Einzelne Terme und deren Interpretation:

$$= \sum_{j=1}^3 i \bar{\psi}_j(x) \gamma^\mu \partial_\mu \psi_j(x) \quad -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu}$$

Kinetische Energie von Fermionen und Eichbosonen + deren Selbstwechselwirkung

Geladener schwacher Strom

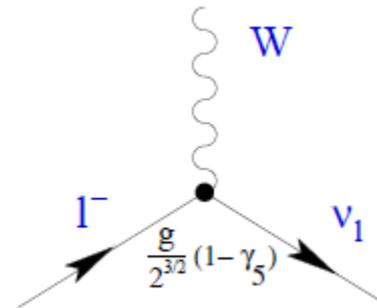
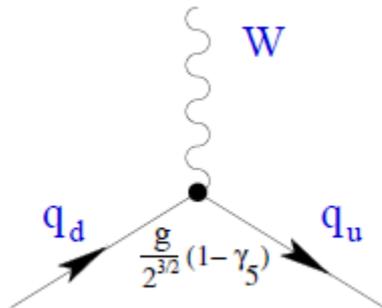
Wechselwirkung von Fermionen durch Austausch von Eichbosonen:

$$-g \bar{\psi}_1 \gamma^\mu \widetilde{W}_\mu \psi_1 - g' B_\mu \sum_{j=1}^3 y_j \bar{\psi}_j \gamma^\mu \psi_j \quad \widetilde{W}_\mu = \frac{\sigma^i}{2} W_\mu^i = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 & \sqrt{2} W_\mu^+ \\ \sqrt{2} W_\mu^- & -W_\mu^3 \end{pmatrix}$$

Geladener schwacher Strom:

$$W_\mu \equiv (W_\mu^1 + i W_\mu^2) / \sqrt{2} \quad W_\mu^\dagger \equiv (W_\mu^1 - i W_\mu^2) / \sqrt{2}$$

$$\mathcal{L}_{CC} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} \left\{ W_\mu^\dagger [\bar{u} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d + \bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) e] + \text{h.c.} \right\}$$



Wie erwünscht!

Neutraler Strom

Neutraler Strom:

B und W_3 können nicht mit Photon und Z identifiziert werden

- a) B hat Kopplung an Neutrinos
- b) W_3 hat nur Kopplungen an linkshändige Felder

B und W_3 haben gleiche Quantenzahlen: $Q, Y, I_3 = 0$
→ können zu zu anderen Zuständen mischen

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} \quad \theta_W \text{ Winbergwinkel}$$

$$\mathcal{L}_{\text{NC}} = - \sum_j \bar{\psi}_j \gamma^\mu \left\{ A_\mu \left[g \frac{\sigma_3}{2} \sin \theta_W + g' y_j \cos \theta_W \right] + Z_\mu \left[g \frac{\sigma_3}{2} \cos \theta_W - g' y_j \sin \theta_W \right] \right\} \psi_j.$$

Damit man korrekte Kopplungen für Photon A in der QED erhält:

$$g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W = e \quad \text{Beziehung zwischen Kopplungen}$$

$$Y = Q - T_3 \quad \text{Beziehung zwischen Quantenzahlen}$$

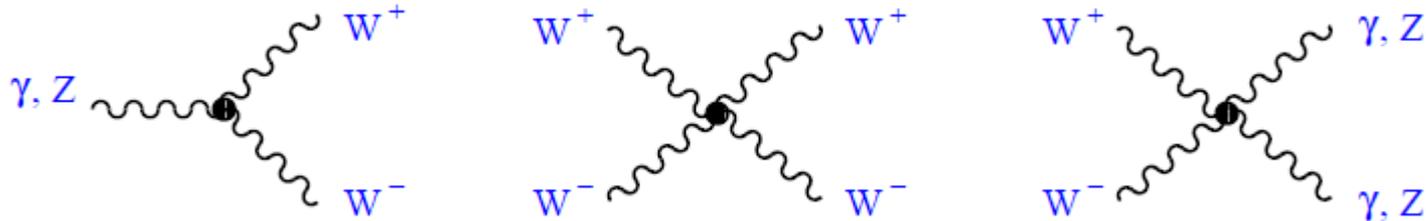
$$a_f = T_3^f \quad v_f = T_3^f (1 - 4|Q_f| \sin^2 \theta_W) \quad \text{Kopplungen ans Z-Boson}$$

Selbstwechselwirkung der Eichbosonen

Selbstwechselwirkung auf Grund nicht abelscher Natur der SU(2)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_3 = & ie \cot \theta_W \left\{ (\partial^\mu W^\nu - \partial^\nu W^\mu) W_\mu^\dagger Z_\nu - (\partial^\mu W^{\nu\dagger} - \partial^\nu W^{\mu\dagger}) W_\mu Z_\nu + W_\mu W_\nu^\dagger (\partial^\mu Z^\nu - \partial^\nu Z^\mu) \right\} \\ & + ie \left\{ (\partial^\mu W^\nu - \partial^\nu W^\mu) W_\mu^\dagger A_\nu - (\partial^\mu W^{\nu\dagger} - \partial^\nu W^{\mu\dagger}) W_\mu A_\nu + W_\mu W_\nu^\dagger (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) \right\}; \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_4 = & -\frac{e^2}{2 \sin^2 \theta_W} \left\{ (W_\mu^\dagger W^\mu)^2 - W_\mu^\dagger W^{\mu\dagger} W_\nu W^\nu \right\} - e^2 \cot^2 \theta_W \left\{ W_\mu^\dagger W^\mu Z_\nu Z^\nu - W_\mu^\dagger Z^\mu W_\nu Z^\nu \right\} \\ & - e^2 \cot \theta_W \left\{ 2W_\mu^\dagger W^\mu Z_\nu A^\nu - W_\mu^\dagger Z^\mu W_\nu A^\nu - W_\mu^\dagger A^\mu W_\nu Z^\nu \right\} \\ & - e^2 \left\{ W_\mu^\dagger W^\mu A_\nu A^\nu - W_\mu^\dagger A^\mu W_\nu A^\nu \right\}. \end{aligned}$$



mindesten ein Paar von W-Bosonen, da Z und Photon keine Ladungen tragen

Fazit der theoretischen Formulierung

Zusammenfassung:

Elektroschwache Theorie beschreibbar durch $SU(2) \times U(1)$ -Eichgruppe

Freie Parameter: Zwei Kopplungsstärken oder 1 Kopplung und Weinbergwinkel

Klare Vorhersage von Kopplungen des Z-Bosons als Funktion des Weinbergwinkels

Eichinvarianz verbietet:

Massenterme für Eichbosonen (generelles Prinzip)

Massenterme für Fermionen, da in unterschiedlichen Darstellungen der $SU(2)$
rechthändige in Singlett, linkhändige in Dublett

Ausweg: Higgs-Kibble-Mechanismus (\rightarrow Fortgeschrittene)

erlaubt eichinvariante Formulierung und Massenterme

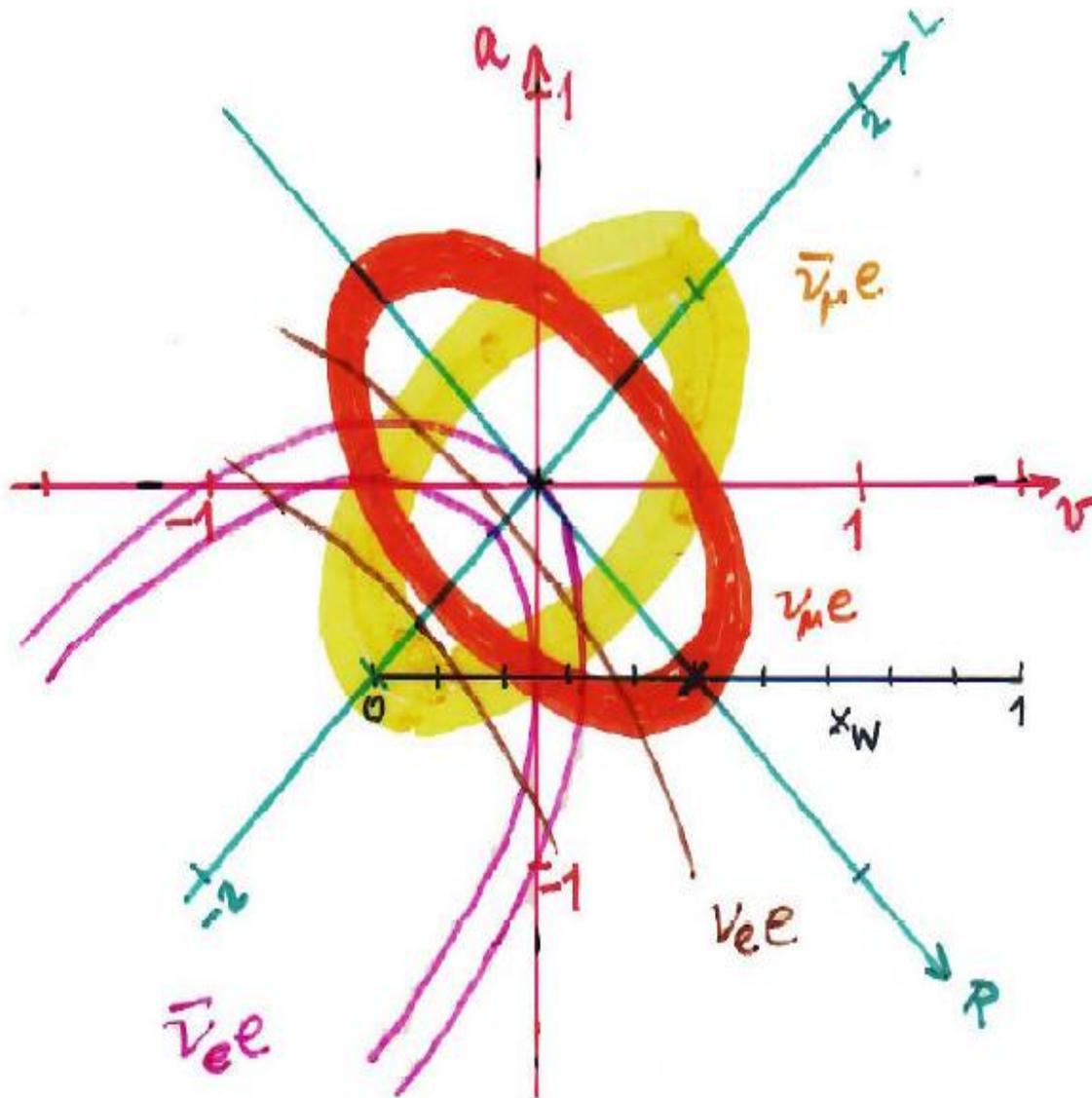
Konsequenz: ein neues Teilchen mit Spin=0, das Higgs-Boson

Suche nach Higgs seit 1970, bisher erfolglos

$$\sin^2 \theta_W = 1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2}$$

9.6 Ausgewählte exp. Ergebnisse

Bestimmung der Z-Kopplungen in Neutrino-Lepton-Streuung



- $\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$ (reiner Z^0 -Austausch)

$$\sigma = \frac{G_{FS}^2}{3\pi} (g_A^{e^-}{}^2 + g_A^e g_V^e + g_V^{e^-}{}^2)$$

⇒ (g_A^e, g_V^e) -Ellipse um $(0,0)$

- $\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-$ (reiner Z^0 -Austausch)

$$\sigma = \frac{G_{FS}^2}{3\pi} (g_A^{e^-}{}^2 - g_A^e g_V^e + g_V^{e^-}{}^2)$$

⇒ Ellipse um $(0,0)$

- $\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-$ (Z^0 - und W^- -Austausch)

$$\sigma = \frac{G_{FS}^2}{3\pi} \left((1 + g_A^e)^2 + (1 + g_A^e)(1 + g_V^e) + (1 + g_V^e)^2 \right)$$

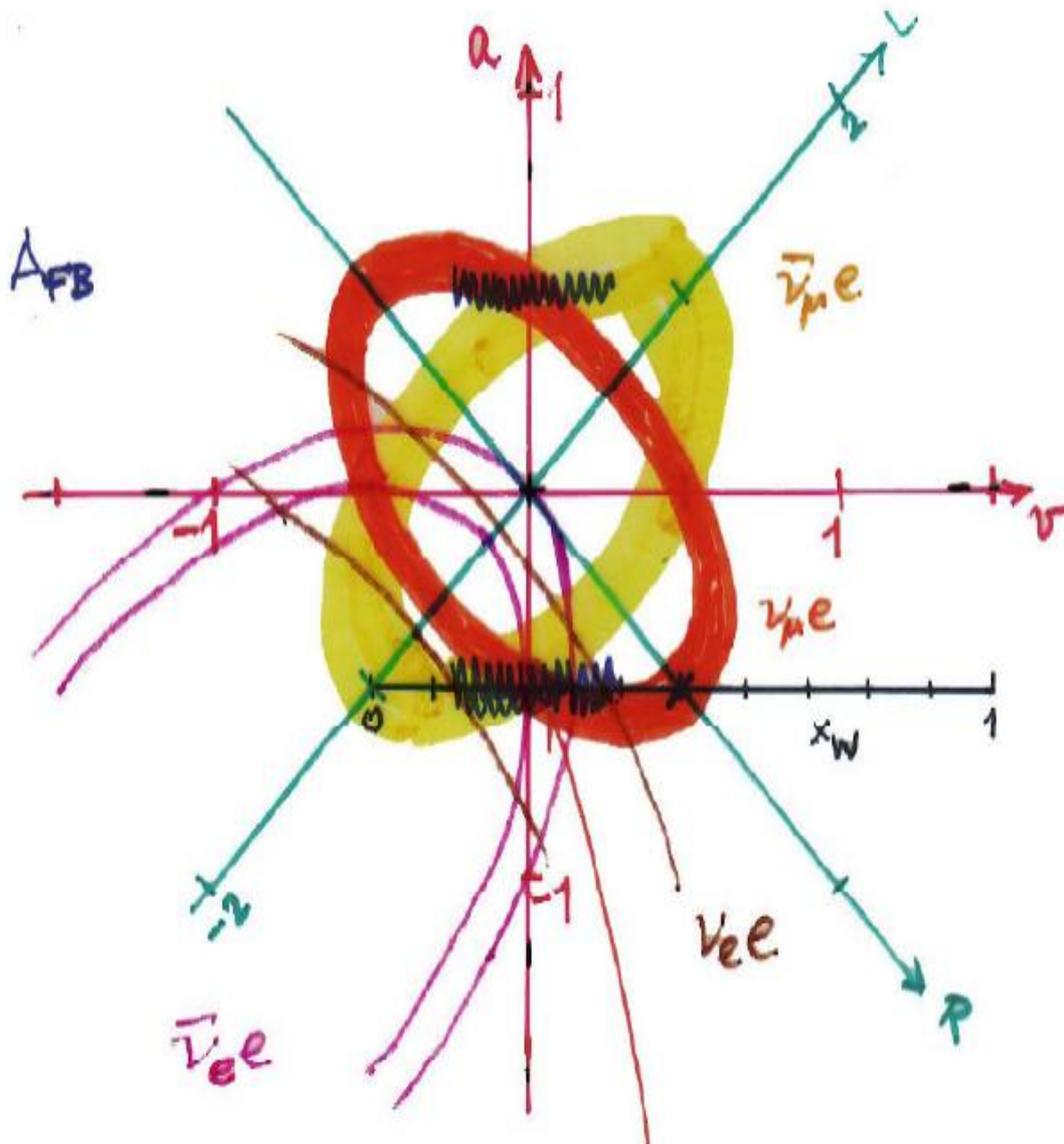
⇒ Ellipse um $(-1, -1)$

- $\bar{\nu}_e e^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^-$ (Z^0 - und W^- -Austausch)

$$\sigma = \frac{G_{FS}^2}{3\pi} \left((1 + g_A^e)^2 - (1 + g_A^e)(1 + g_V^e) + (1 + g_V^e)^2 \right)$$

⇒ Ellipse um $(-1, -1)$

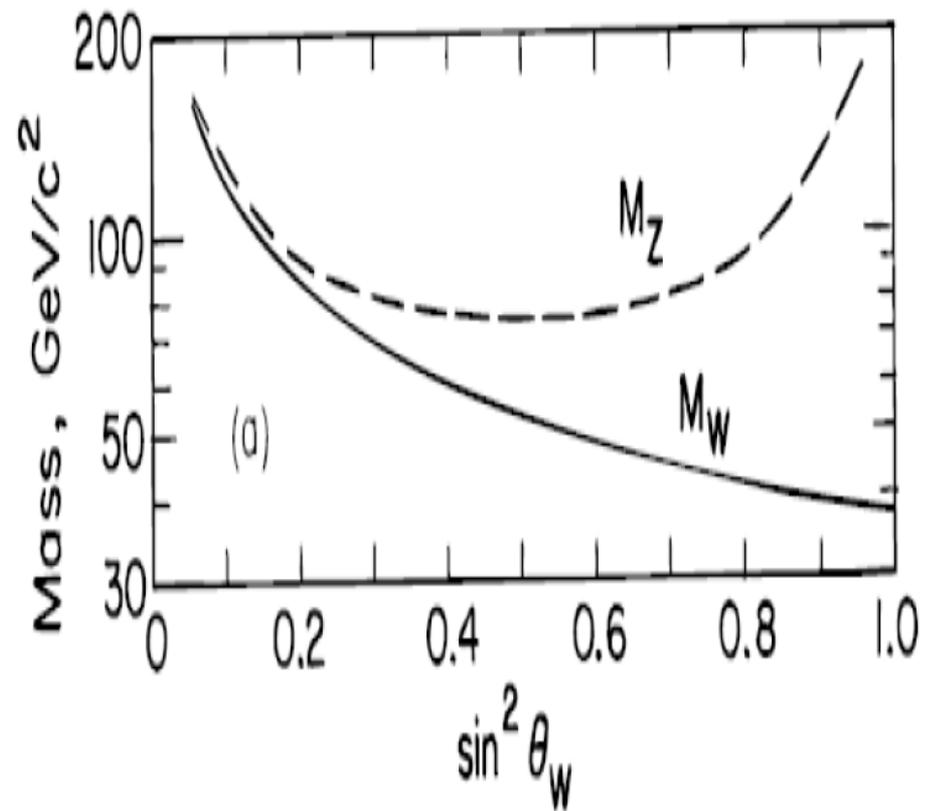
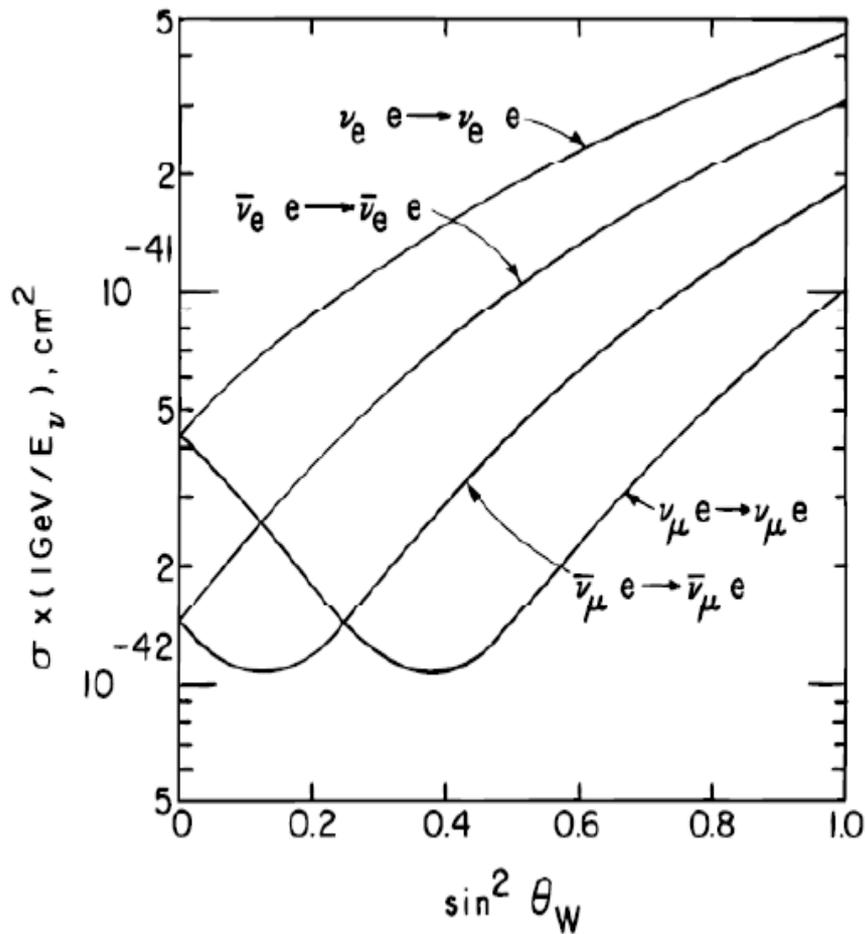
Bestimmung der Z-Kopplungen mit PETRA



Vorwärtwärtsasymmetrie

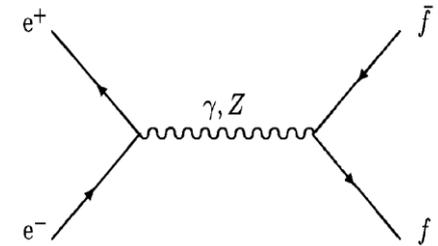
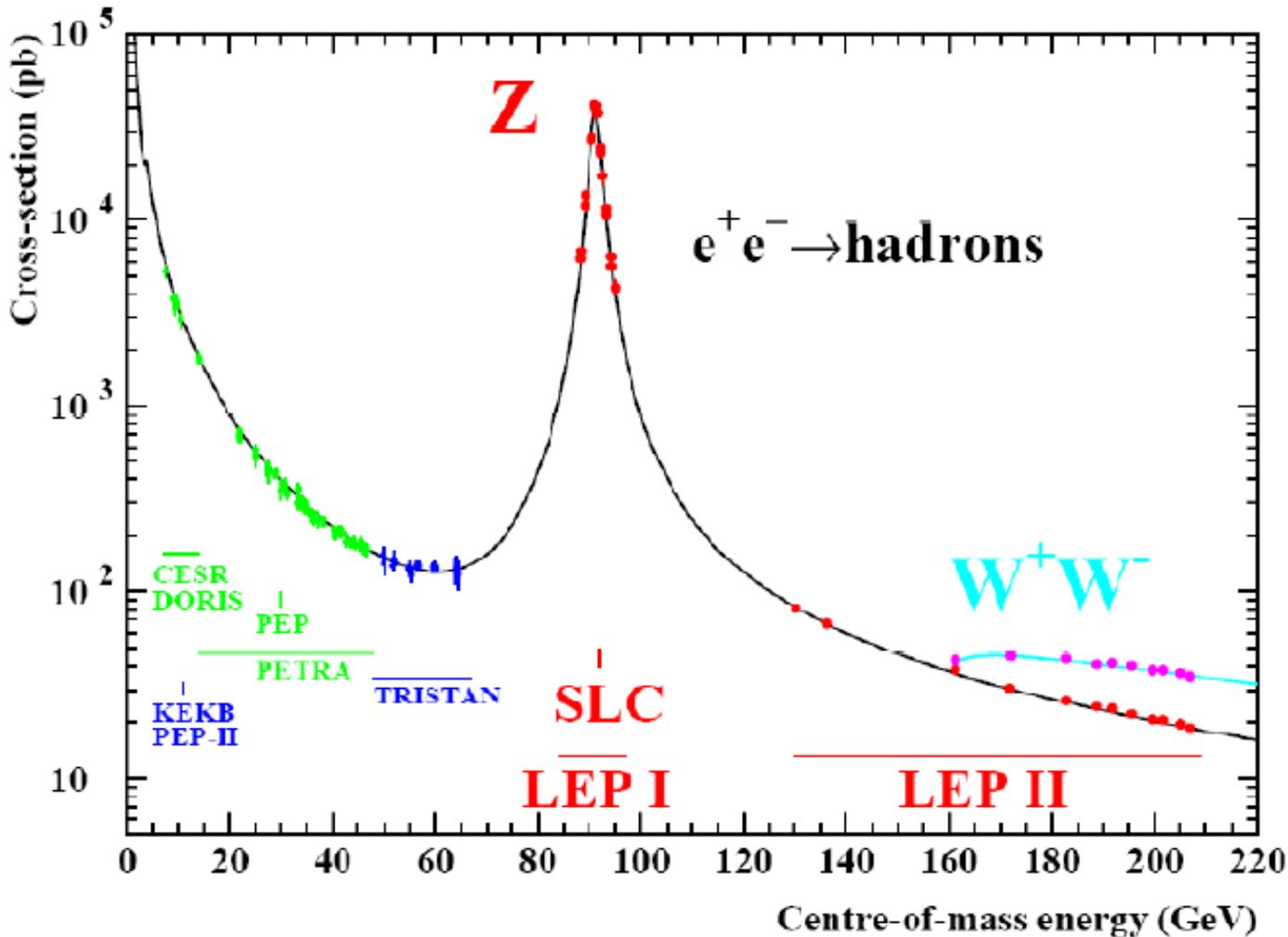
$$A_{vr}^l = \frac{\sigma_v - \sigma_r}{\sigma_v + \sigma_r} \sim g_A^e \cdot g_A^l = (g_A^l)^2$$

Bestimmung der Weinbergwinkels



θ_W Aus Weinbergwinkel können Masse von W und Z vorhergesagt werden

Energieabhängigkeit des totalen Wirkungsquerschnittes

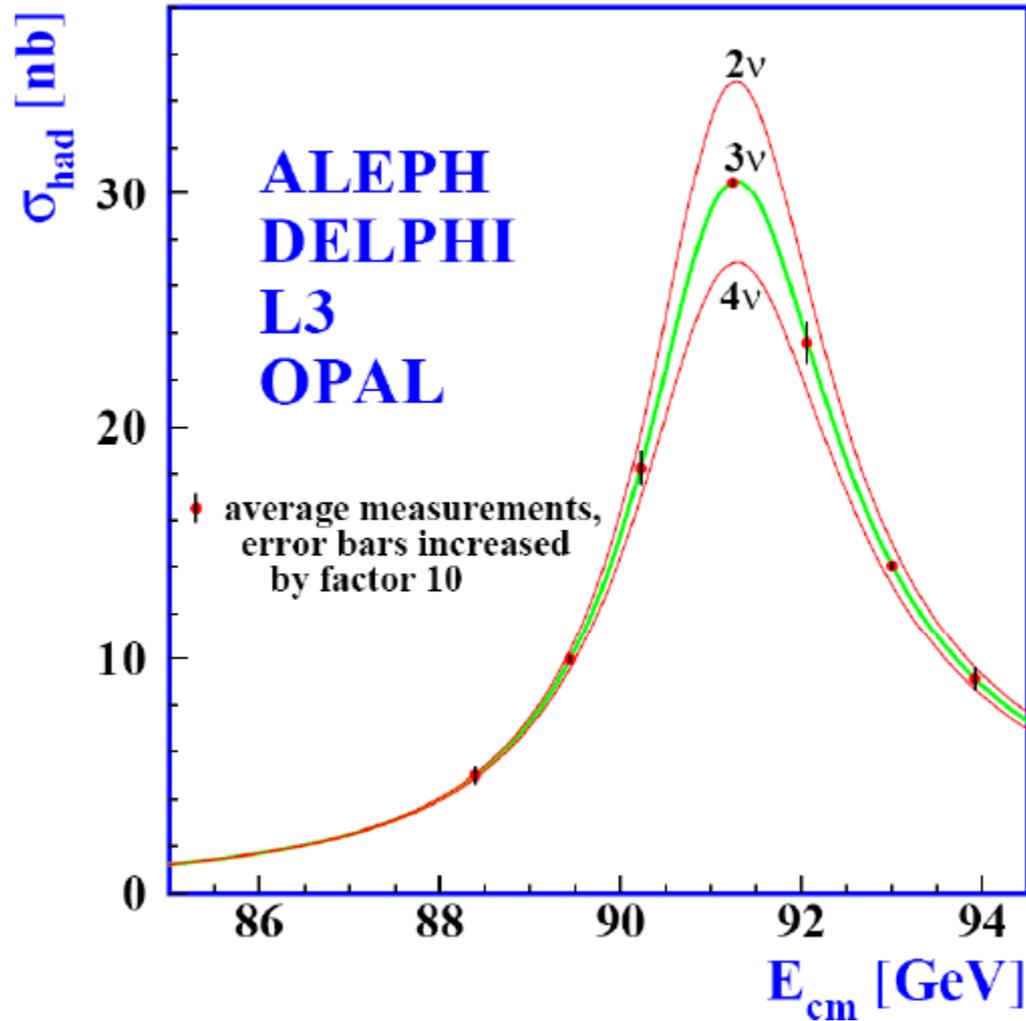


Kleine Energien: Photonaustausch dominant $\sim 1/s$

Energie² = M_Z^2 : Z-Austausch dominant / Breit-Wigner-Resonanzüberhöhung

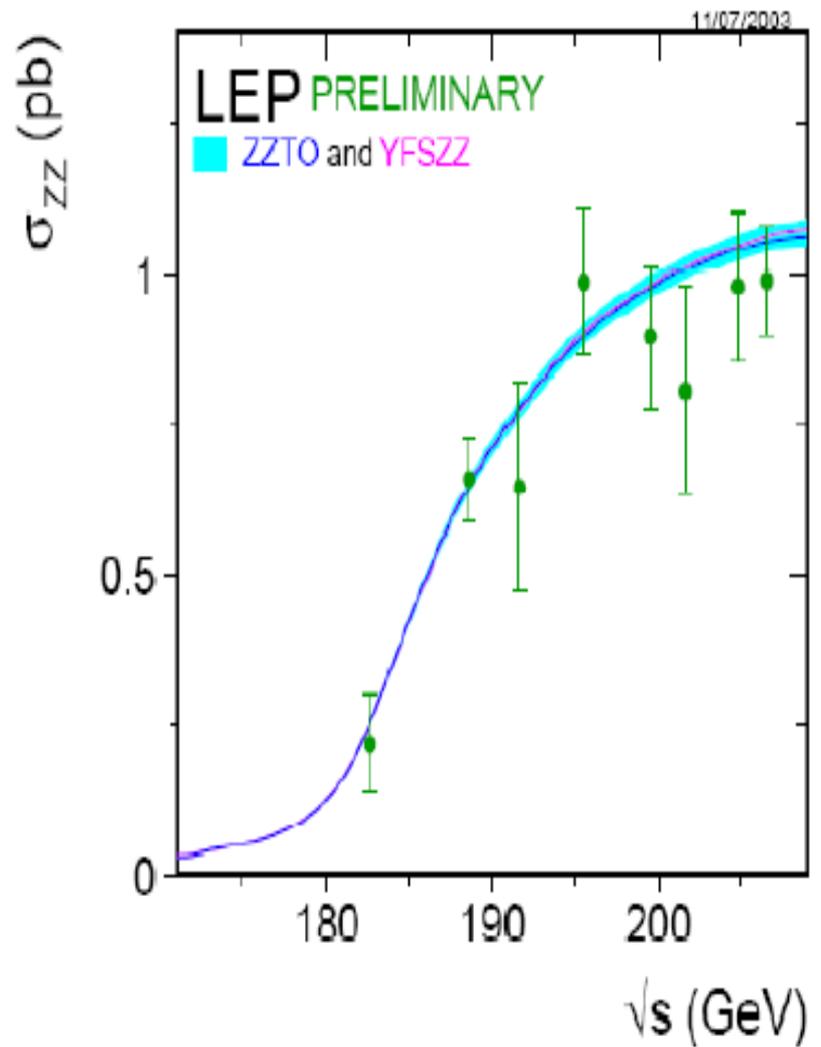
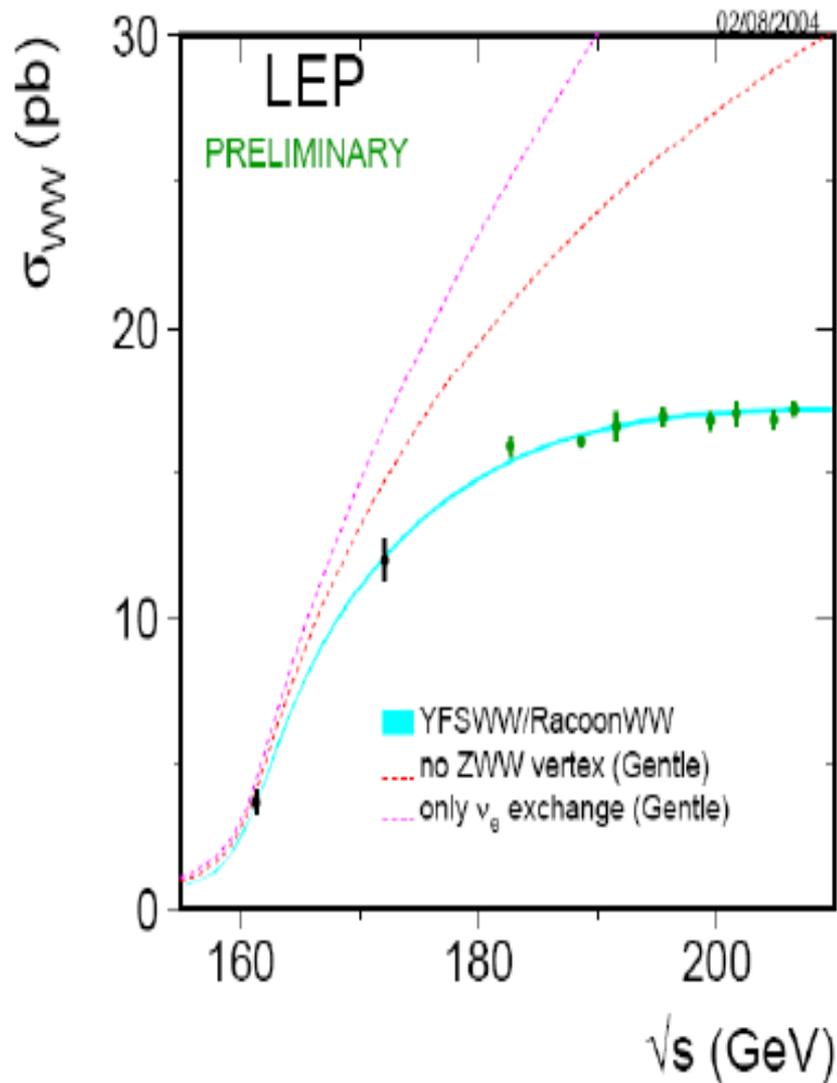
Hohe Energien: Photon und Z-Boson-Beiträge etwa gleich gross

Anzahl leichter Neutrinos aus Z-Resonanz

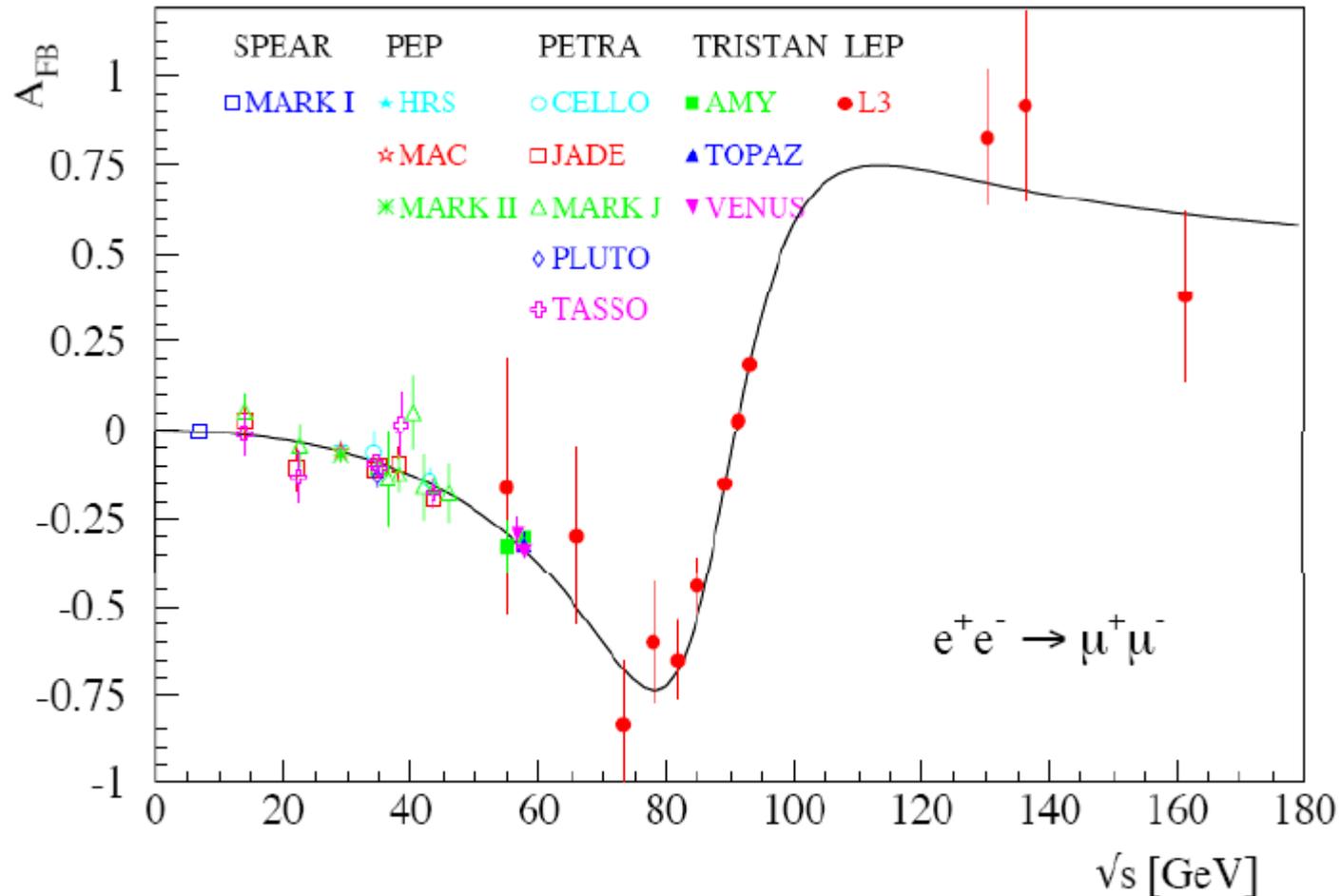


Es gibt nur drei leichte Neutrinos die an das Z-Boson koppeln

Evidenz für Eichbosonselfwechselwirkung

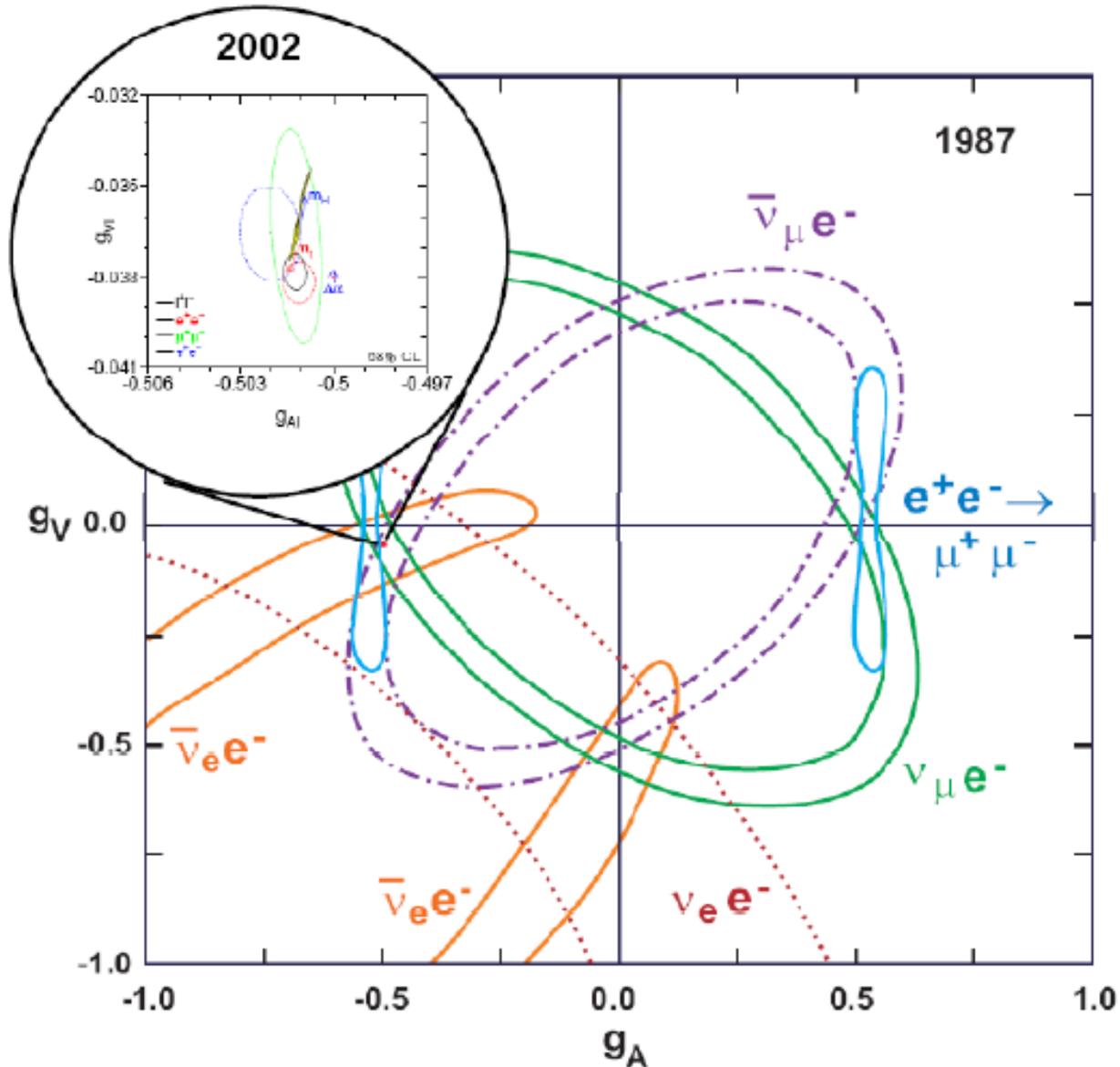


Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrien

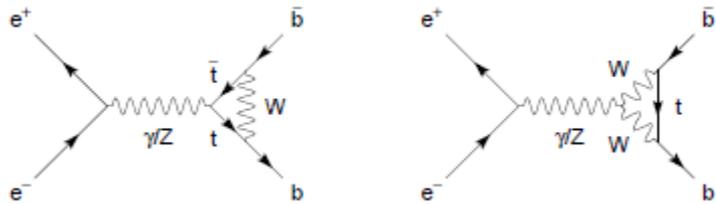


Kleine Energien: Photonaustausch dominant \rightarrow keine Asymmetrien
 Energie $^2 = M_Z^2$: Z-Austausch dominant ($c\nu \leftrightarrow c\nu$)
 Andre Energie: Photon-Z-Interferenz

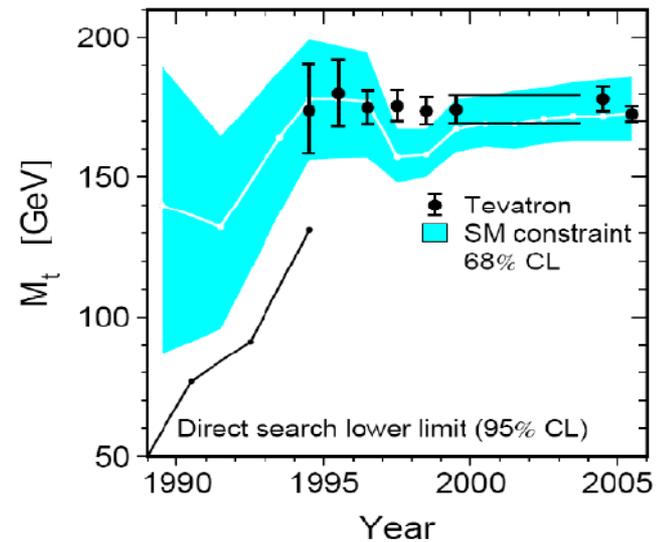
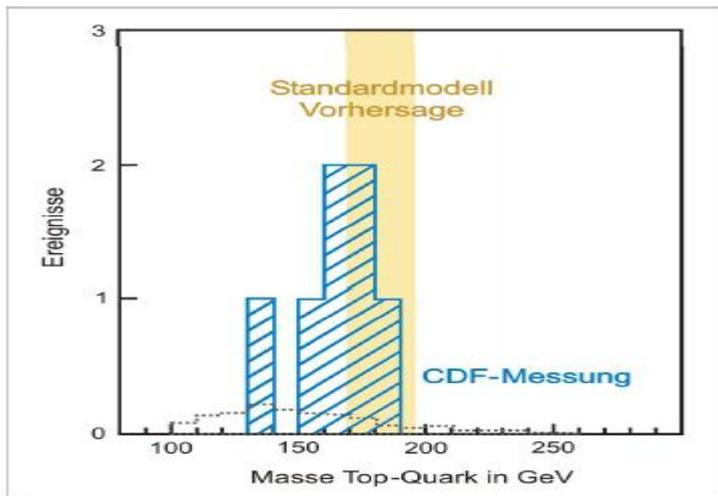
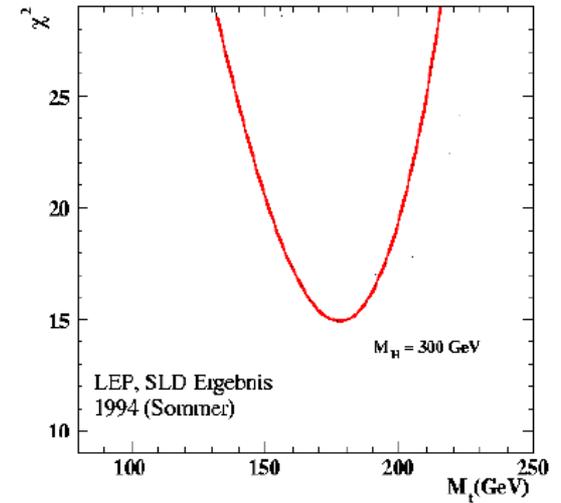
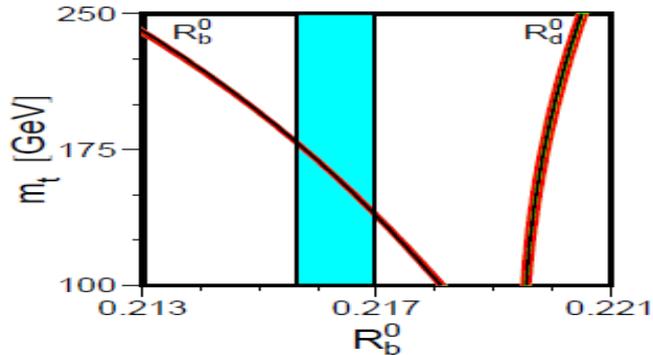
Kopplungen an das Z-Boson: vor und nach LEP/SLD



Vorhersage des Masse des Top-Quarks



$$R_q \equiv \Gamma(Z \rightarrow \bar{q}q) / \Gamma(Z \rightarrow \text{hadrons})$$



Fazit:

Elektromagnetische und schwache erhalten einheitliche Beschreibung
Im Rahmen der Quantenflavourdynamik basierend auf $SU(2) \times U(1)$ Eichgruppe

Theorie liefert konsistente Beschreibung fast aller experimentellen Befunde

Theorie auf Quanteniveau/Schleifenniveau getestet (besser als 1%)