

# Kern- und Teilchenphysik

## Übung III

Prof. Markus Schumacher, Dr. Henrik Nilsen

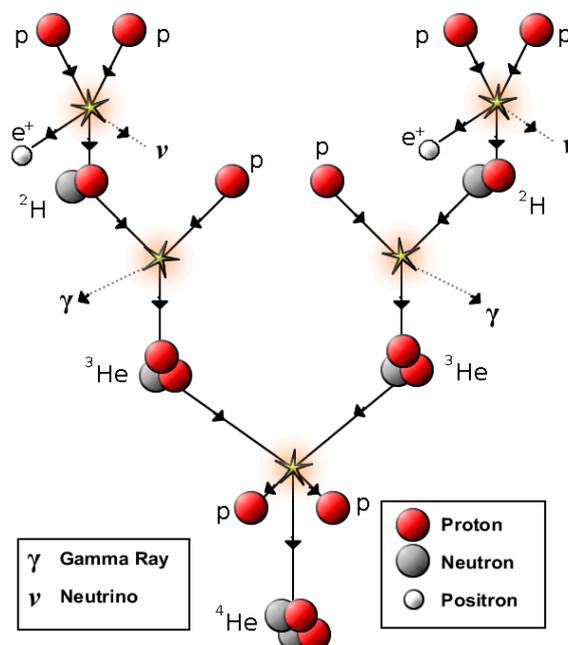
11. - 14.5.2010

### Anwesenheitsaufgaben

**Aufgabe 13** *Energieerzeugung in der Sonne*

Die Energieerzeugung in der Sonne läuft unter anderem mittels des sogenannten pp-Zyklus ab (siehe Skizze). Dabei werden Elektronen und Neutrinos erzeugt.

- (i) Welche Energie wird bei einem Durchlauf des pp-Zyklus erzeugt? ( $m_p = 1.0079u$ ,  $m_{He} = 4.002602u$ ,  $1u = 931.48 \text{ MeV}$ , die Elektronenmasse soll vernachlässigt werden.)
- (ii) Die Gesamtenergie, welche die Sonne pro Sekunde abstrahlt, ist  $3.8 \times 10^{26} \text{ J}$ . Angenommen die Energieproduktion der Sonne würde nur durch den pp-Zyklus stattfinden, wie viele Zyklen müssten dann pro Sekunde durchlaufen werden?
- (iii) Pro Zyklus entstehen zwei Neutrinos. Welchem Neutrinofluss entspräche das pro  $\text{m}^2$  und Sekunde auf der Erde? (Abstand Erde bis Sonne  $1.49 \cdot 10^{11} \text{ m}$ )
- (iv) GALLEX oder Gallium Experiment war ein radiochemisches Experiment zum Nachweis von Neutrinos. Es lief von 1991 bis 1997 am Laboratori Nazionali del Gran Sasso (LNGS). Hierbei wurde der inverse  $\beta$ -Zerfall in der Reaktion  ${}^{71}\text{Ga} + \nu \rightarrow {}^{71}\text{Ge} + e^-$  betrachtet. Der  $54 \text{ m}^3$  fassende Detektortank war mit 101 Tonnen einer Galliumtrichlorid-Salzsäure-Lösung gefüllt. Wie viele Reaktionen fanden pro Tag statt, wenn die Lösung  $30 \text{ t } {}^{71}\text{Ga}$  enthielt und der effektive Wirkungsquerschnitt für die obige Reaktion  $9 \times 10^{-46} \text{ cm}^2$  ist? ( $m_{{}^{71}\text{Ga}} = 70.92 \text{ u}$ ,  $1 \text{ u} = 1.661 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .)
- (v) Die Halbwertszeit von  ${}^{71}\text{Ge}$  ist  $t_{1/2} = 11.4 \text{ Tage}$ . Wie viele  ${}^{71}\text{Ge}$ -Atome befinden sich nach einer vierwöchigen Bestrahlungszeit im Detektor?
- (vi) Nach der vierwöchigen Bestrahlungsperiode werden die Germaniumatome chemisch extrahiert und ihre Zerfälle nachgewiesen. Wieviele Zerfälle werden in 5 Tagen registriert, wenn die Messung zwei Tage nach der Extraktion beginnt?



# Hausaufgaben

## Aufgabe 14 *Bethe-Weizsäcker-Massenformel: Tal der Stabilität*

5 Punkte

Die Bethe-Weizsäcker-Formel für die Masse eines Atoms mit  $Z$  Protonen (Masse  $m_p$ ),  $N$  Neutronen (Masse  $m_n$ ) und  $Z$  Elektronen (Masse  $m_e$ ) lautet

$$m(Z, A) = Zm_p + Nm_n + Zm_e - E_B, \quad (1)$$

mit Nukleonenzahl  $A = Z + N$  und Bindungsenergie

$$E_B = a_V A - a_0 A^{2/3} - a_C Z^2 A^{-1/3} - a_A. \quad (2)$$

Die Energiekoeffizienten wurden in der Vorlesung gegeben. Der stabilste Kern bei gegebener Nukleonenzahl  $A = N + Z$ , wobei  $Z$  ( $N$ ) die Protonenzahl (Neutronenzahl) ist, ist gegeben durch

$$\left( \frac{\partial m(Z, A)}{\partial Z} \right) = 0. \quad (3)$$

- (i) Zeigen Sie dass dies, wie in der Vorlesung angegeben, der Fall ist für ein Protonenzahl  $Z_0$  gegeben durch

$$Z_0 = \frac{A}{2} \left[ \frac{m_n - m_p - m_e + a_A}{a_C A^{2/3} - a_A} \right] \quad (4)$$

- (ii) Wie viele Protonen hat der stabilste Kern mit  $A = 111$  nach der Bethe-Weizsäcker-Massenformel? Verwenden Sie hierfür die Energiekoeffizienten aus der Vorlesung oder aus Aufgabe 12.
- (iii) Wie groß müsste  $\alpha$  sein, sodass der vorhergesagte stabilste Kern  ${}_{49}^{111}\text{In}$  wäre? Hinweis: Verwenden Sie den Ausdruck für den Coulombterm der in Aufgabe 8 berechnet wurde und nehmen Sie an, dass der Coulombterm der einzige Term ist der von  $\alpha$  abhängt. ( $m_n = 939.6$  MeV,  $m_p = 938.3$  MeV,  $m_e = 0.5$  MeV.)

## Aufgabe 15 *Bariumzerfall*

5 Punkte

Um eine Quelle radioaktiven Lanthans herzustellen, bedient man sich des Bariumzerfalls



Barium zerfällt mit einer Halbwertszeit von 300 h in Lanthan, das seinerseits mit einer Halbwertszeit von 40.2 h in Ce zerfällt. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  betrage die Aktivität der  ${}^{140}\text{Ba}$  Quelle  $5 \cdot 10^7$  Bq.

- (i) Nach welcher Zeit  $t_2^{\max}$  erreicht die Lanthan-Aktivität ein Maximum? Benutzen Sie zur Lösung die in der Vorlesung angegebene Formel

$$N_2(t) = N_1(0) \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left( e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \right), \quad (6)$$

leiten Sie hieraus eine allg. Formel für  $t_2^{\max}$  ab und setzen Sie entsprechende Zahlen ein.

- (ii) Wie groß sind zu diesem Zeitpunkt die Aktivitäten  $A_1(t_2^{\max})$  und  $A_2(t_2^{\max})$ ?
- (iii) Nach der Zeit  $t_2^{\max}$  wird  ${}^{140}\text{La}$  durch eine schnelle chemische Trennung vom Barium separiert. Man hat damit im Idealfall zunächst wieder eine reine Bariumprobe. Es bildet sich dann erneut Lanthan bis zu einer maximalen Lanthan-Aktivität, bei der man separiert etc... Dieser Prozess wird fortgesetzt, bis die  ${}^{140}\text{La}$ -Aktivität in der letzten Probe unter  $1 \cdot 10^7$  Bq gesunken ist. Wie viele Proben können hergestellt werden? Welche Aktivität hat die letzte  ${}^{140}\text{La}$ -Probe im Augenblick ihrer Separation?

## Aufgabe 16 *Altersbestimmung I*

3 Punkte

${}^{14}\text{C}$  Methode Durch die Höhenstrahlung wird in der Atmosphäre das Isotop  ${}^{14}\text{C}$  mit einer konstanten Rate erzeugt. Da  ${}^{14}\text{C}$  mit einer Halbwertszeit von  $5730a$  zerfällt, bildet sich in der Atmosphäre ein konstantes Verhältnis von  ${}^{14}\text{C}$  zum stabilen Isotop  ${}^{12}\text{C}$ . Dieses Verhältnis beobachtet man auch in allen Lebewesen, die den Kohlenstoff durch ihren Stoffwechsel aufnehmen. Die durch den Zerfall von  ${}^{14}\text{C}$  hervorgerufene spezifische Aktivität beträgt  $0.255$  Bq pro Gramm Kohlenstoff in natürlichem, lebendem Gewebe. Sobald ein Lebewesen stirbt, nimmt die  ${}^{14}\text{C}$ -Konzentration durch den radioaktiven Zerfall ab. Diese Tatsache nutzt man z.B. in der Archäologie zur Altersbestimmung.

- (i) Aus welcher Zeit stammt eine Probe von 2 g Kohlenstoff mit einer Aktivität von  $0.404$  Bq?

- (ii) Wie viele  $^{14}\text{C}$ -Atome waren zu dieser Zeit in der Probe? Wie viele sind es jetzt?
- (iii) Wie lange muss die Aktivität der Probe gemessen werden, um ihr Alter mit einem relativen statistischen Fehler von 1% zu bestimmen?

**Aufgabe 17** *Altersbestimmung II*

**2 Punkte**

Uran in natürlicher Isotopenzusammensetzung besteht zu 99.28% aus  $^{238}\text{U}$  und zu 0.72% aus  $^{235}\text{U}$ . Wie alt müsste die Materie des Sonnensystems sein, wenn man annimmt, dass bei seiner Entstehung beide Isotope in gleicher Häufigkeit vorhanden waren? Wie interpretieren Sie das Ergebnis?  $^{235}\text{U}$  ( $^{238}\text{U}$ ) hat eine Lebensdauer von  $\tau_{235} = 1.015 \cdot 10^9$  a ( $\tau_{238} = 6.44 \cdot 10^9$  a).

**Aufgabe 18** *Wirkungsquerschnitt*

**5 Punkte**

Deuteronen mit der Energie  $E_{\text{kin}} = 5$  MeV werden auf ein senkrecht zum Strahl stehendes Tritium-Target mit der Massendichte  $\rho = 0.2$  mg/cm<sup>3</sup> geschossen, um die Reaktion



zu untersuchen. Die Strahl hat eine Querschnittsfläche von 1 cm<sup>2</sup>, und das Target eine Dicke von 1 cm. Die Masse eines Tritiumkerns ist 3.0160 u, mit 1 u = 1.6605 · 10<sup>-24</sup> g.

- (i) Wie viele Neutronen fliegen pro Sekunde durch einen Detektor mit der Stirnfläche  $F = 20$  cm<sup>2</sup>, der im Abstand  $R = 3$  m vom Target unter einem Winkel  $\Theta = 30^\circ$  zur Strahlrichtung der Deuteronen aufgestellt ist, wenn der differentielle Wirkungsquerschnitt  $d\sigma/d\Omega$  unter diesem Winkel 13 mb/sr ist und der Deuteronenstrom, der auf das Target trifft,  $I_d = 2\mu\text{A}$  beträgt?
- (ii) Wie groß ist die auf den Detektor auftreffende Neutronenzahl pro Sekunde, wenn das Target so gedreht wird, dass es vom gleichen Deuteronenstrom nicht unter  $90^\circ$ , sondern unter  $80^\circ$  getroffen wird?