

Kern- und Teilchenphysik

Übung X

Prof. Markus Schumacher, Dr. Henrik Nilsen

05.07. - 09.07.2010

Anwesenheitsaufgaben

Aufgabe 58 *Überblicksfragen – Detektor*

- (i) Was ist der Zweck einer Spurkammer?
- (ii) Welche Eigenschaften hat eine gute Spurkammer? Als Ausgangspunkt zur Diskussion kann folgende Gleichung aus der Vorlesung dienen:

$$\left(\frac{\sigma_{pT}}{pT}\right) = \frac{\sigma_{\text{Punkt}}}{0.3BL^2} \sqrt{\frac{720}{N+4}} pT \quad (1)$$

- (iii) Welche Kategorien/Arten Spurkammern gibt es, und wie bekommt man dadurch 3D Messpunkte?
- (iv) Was ist der Zweck eines Kalorimetes?
- (v) Welche Kategorien/Arten Kalorimetern gibt es?
- (vi) Wie vergleichen sich diese Arten bezüglich Energieauflösung?
- (vii) Was sind die typische Unterschiede und Ähnlichkeiten zwischen Spurkammer und Myonkammer?

Aufgabe 59 *Kalorimeter*

Kalorimeter messen die Energie von Teilchen durch deren Absorption und Umwandlung z.B. in Lichtsignale. Elektronen und Positronen bilden in einer dicken Materieschicht einen elektromagnetischen Schauer, der aus einer Kaskade von Photonen und Elektron-Positron-Paaren besteht (siehe Abb. 3). Der Energieverlust dE/dx ist proportional zu deren Energie, d.h.

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{E}{X_0} \Rightarrow \langle E \rangle = E_0 \cdot e^{-x/X_0} \quad (2)$$

Die Strahlungslänge X_0 ist also die Schichtdicke, innerhalb derer ein hochenergetisches Elektron durch Bremsstrahlung seine Energie bis auf im Mittel einen Anteil $1/e$ verliert.

Bei der Schauerentwicklung erzeugt ein Elektron der Energie E_0 beim Durchqueren der Schichtdicke X_0 im Mittel ein Photon mit der Energie zwischen E_0 und E_0/e . In der nächsten Strahlungslänge erzeugt das Elektron ein weiteres Photon, das ursprüngliche Photon erzeugt mit großer Wahrscheinlichkeit ein Elektron und ein Positron durch Paarbildung. Nach der zweiten Strahlungslänge findet man also im Mittel insgesamt vier Teilchen, je mit mittlerer Energie $E_0/4$ vor (siehe Abb. 3).

- (i) Elektronen mit Energie $E > E_c$ verlieren mehr Energie durch die oben abgebildete Bremsstrahlungs-Kaskade als durch Prozesse der Ionisation oder Anregung. Bei kleineren Energie setzt sich also die Schauerentwicklung nicht mehr so stark fort, und der Schauer kommt zum Ende. Wieviele Schauerteilchen gibt es beim Schauermaximum?
- (ii) Berechnen Sie die Anzahl der Strahlungslängen n_{max} , bei der der Schauer aus einer maximalen Anzahl von Teilchen besteht, das sogenannte *Schauermaximum*. Wie hängt das Schauermaximum von der Energie des einlaufenden Teilchens ab?
- (iii) Leiten Sie aus der Anzahl Schauerteilchen beim Schauermaximum her, dass für die relative Energieauflösung

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{a}{\sqrt{E}} \quad (3)$$

gilt. Nehmen Sie dafür Poissonstatistik an.

Hausaufgaben

Aufgabe 60 Lebensdauer des Ω^- -Baryons mit der Blasenkammer

2 Punkte

In Aufgabe 37 wurde gezeigt, dass das Ω^- -Baryon (Quarks: sss) nicht durch die starke Wechselwirkung zerfallen kann und dass die Lebensdauer des Ω^- dadurch deutlich länger ist als die der anderen Baryonen im Dekuplett. Abb. 2 enthält ein Blasenkammerbild von einer Interaktionskette, in der ein Ω^- auftritt. Bestimmen Sie daraus eine untere Grenze der Lebensdauer des Ω^- unter der Annahme, dass das Bild einen Maßstab 1-zu-1 hat. Zum Vergleich: eine typische Lebensdauer eines Baryons im Dekuplett ist 10^{-23} s, und die gemessene Lebensdauer des Ω^- ist $8.2 \cdot 10^{-11}$ s.

Hintergrundinformation zur Blasenkammer (aus Wikipedia): "Eine Blasenkammer ist ein zumeist mit flüssigem Wasserstoff (Alternativen sind z.B. Deuterium, Krypton und Xenon) gefüllter Raum, in den die zu untersuchenden Teilchen injiziert werden – etwa aus einem Teilchenbeschleuniger. Kurz vor der Injektion wird der Druck innerhalb der Kammer stark verringert, so dass die Temperatur des Wasserstoffs oberhalb des Siedepunktes liegt. Die einlaufenden Teilchen ionisieren nun Wasserstoffatome und diese Ionen dienen als Keime für Gasblasen. Etwa 10 Millisekunden nach der Injektion werden durch ein Blitzlicht mehrere Kameras an unterschiedlichen Positionen ausgelöst, so dass sich aus den Photographien ein dreidimensionales Bild der Spuren rekonstruieren lässt."

Aufgabe 61 Messung der Flugzeit hochenergetischer Teilchen

5 Punkte

Zwei Teilchen der Massen m_1 und m_2 ($m_1 > m_2$) mit gleichem Impuls \vec{p} sollen in einem Detektor nachgewiesen und identifiziert werden. Dazu legen sie eine Strecke L zwischen zwei Szintillationszählern zurück.

- Berechnen Sie den Flugzeitunterschied an Zähler 2, falls beide zur gleichen Zeit in Zähler 1 nachgewiesen werden.
- In welchem Abstand müssen die Szintillationszähler aufgestellt werden, damit geladenen Pionen von geladene Kaonen getrennt werden können? Die Teilchen sollen einen Impuls von $3 \text{ GeV}/c$ haben. Die Apparatur erlaubt eine Trennung zwischen zwei Teilchentypen falls die Differenz des Flugzeiten größer als 200 ps ist. Die relevante Massen sind $m_{\pi^\pm} = 139.6 \text{ MeV}$ und $m_{K^\pm} = 497.6 \text{ MeV}$.
- Zeigen Sie, dass für hohe Impulse (d.h. $|\vec{p}|^2 \gg m^2$) die Flugzeitdifferenz proportional zu $|\vec{p}|^{-2}$ abnimmt.

Aufgabe 62 Teilchenphysikalische Menschenversuche, oder: der Mensch als Teilchendetektor

4 Punkte

In sogenannten "Großen vereinheitlichten Theorien" werden drei der vier bekannten Wechselwirkungen (starke, schwache und elektromagnetische WW, aber nicht Schwerkraft) vereint in eine Theorie. Eine Vorhersage solchen Theorien ist, daß das Proton instabil ist und zerfallen kann durch z.B. $p \rightarrow \pi^+ \nu$. Viele Experimenten wurde durchgeführt um Protonzerfälle nachzuweisen, aber ohne Erfolg. Eine einfache, untere Grenze für die Protonzerfallswahrscheinlichkeit ist durch die Lebensdauer eines Menschen gegeben. Die im lebenden Organismus zerfallenden Protonen würden eine Strahlenbelastung durch emittierten Teilchen erzeugen. Gehen Sie von folgenden Annahmen aus:

- Ein Mensch hat 100 kg Masse und lebt 70 Jahre
- Die tödliche Strahlendosis beträgt ca. 3 Gray ; nehmen Sie 1 Gray Bestrahlung durch den Protonzerfall an. ($1 \text{ Gray} = 1 \text{ Joule/kg} = 6.24 \cdot 10^{12} \text{ MeV/kg}$)
- Das Pion aus dem Protonzerfall habe eine Energie von $E_\pi \approx 480 \text{ MeV}$; die Energiedeposition dE/dx beträgt $\approx 2.2 \text{ MeV/cm}$, die mittlere Weglänge der Pionen 10 cm . Machen Sie eine vernünftige Annahme über die Anzahl der Protonen im Menschen.

Wieviele Protonen müssen zerfallen, damit der Mensch in 70 Jahren eine Strahlenbelastung von 1 Gray akkumuliert? Welcher Lebensdauer des Protons entspricht das? Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Alter des Universums. (Zum Vergleich: etwas mehr spezialisierte Experimenten haben eine untere Grenze der Protonlebensdauer von $6,6 \cdot 10^{33}$ Jahren geliefert.)

Aufgabe 63 Ortsauflösung von Messpunkten im Spirkammern: Faktor $\sqrt{12}$

3 Punkte

Wir betrachten einen Vieldrahtproportionalkammer. Das Koordinatensystem ist: z ist in Richtung des Drahts, y ist orthogonal zur Drahtebene und x ist in der Drahtebene und orthogonal zur Drahttrichtung. Gegeben sei ein Signal an einem bestimmten Draht (mit $x = 0$, siehe Abb. 1) das ausgelesen wird. Wir wissen, dass ein geladenes Teilchen die Vieldrahtproportionalkammer irgendwo im Intervalle $-d/2 <$

$x_{\text{wahr}} < d/2$ durchquert hat. Die WDF für x_{wahr} sei

$$P(x_{\text{wahr}}) = 1/d, \quad -d/2 < x_{\text{wahr}} < d/2. \quad (4)$$

Die gemessene Schätzwert für x_{wahr} wird gleich dem x -Wert des Signaldrahts gesetzt, in diesem Fall $\hat{x} = 0$.

- (i) Was ist der Mittelwert von x_{wahr} , $\langle x_{\text{wahr}} \rangle$?
- (ii) Zeigen Sie, dass die Ortsauflösung der x -Koordinate (mittlere quadratische Abweichung der geschätzten Wert, \hat{x} , von wahren Wert, x_{wahr}) gegeben ist als $\sigma_x = d/\sqrt{12}$.

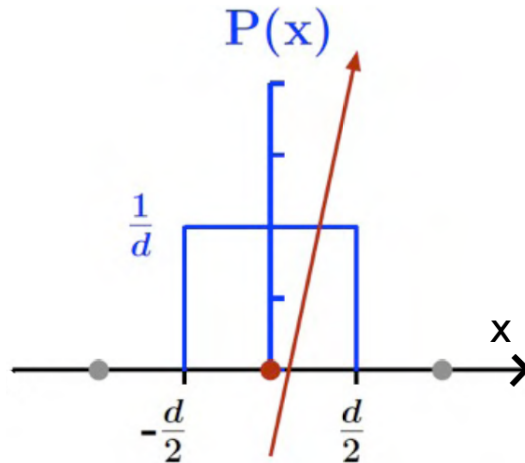


Abbildung 1: Skizze einer Vieldrahtproportionalkammer in einer Dimension, x , wo $x = 0$ der Zentrum eines Drahts ist. Der Drahtabstand ist d . Die WDF des x -Werts eines geladenen Teilchens am $x = 0$ -Draht nachgewiesen wird ist gegeben als $P(x) = 1/d$ für $-d/2 < x < d/2$ und 0 sonst, und ist gezeichnet entlang der y -Achse.

Aufgabe 64 Dirac Matrizen

6 Punkte

Die Dirac Matrizen, γ^μ sind gegeben als

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ -\sigma^k & 0 \end{pmatrix}, \quad k = 1,2,3 \quad (5)$$

wobei "1" die 2×2 Einheitsmatrix ist, "0" die 2×2 Matrix mit 0-Einträgen ist, und σ^i die Pauli-Matrizen sind, gegeben als

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

- (i) Zeigen Sie, dass $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$, wobei $\{a,b\} \equiv ab + ba$ und $g^{\mu\nu}$ die Minkowski-Metrik ist:

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

- (ii) Zeigen Sie, dass folgende drei Identitäten stimmen:

$$(\gamma^0)^\dagger = \gamma^0, \quad (\gamma^k)^\dagger = -\gamma^k, \quad (\gamma^\mu)^\dagger = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0, \quad (8)$$

wobei "†" "transponiert und komplexkonjugiert" bedeutet, $k = 1,2,3$ und $\mu = 0,1,2,3$.

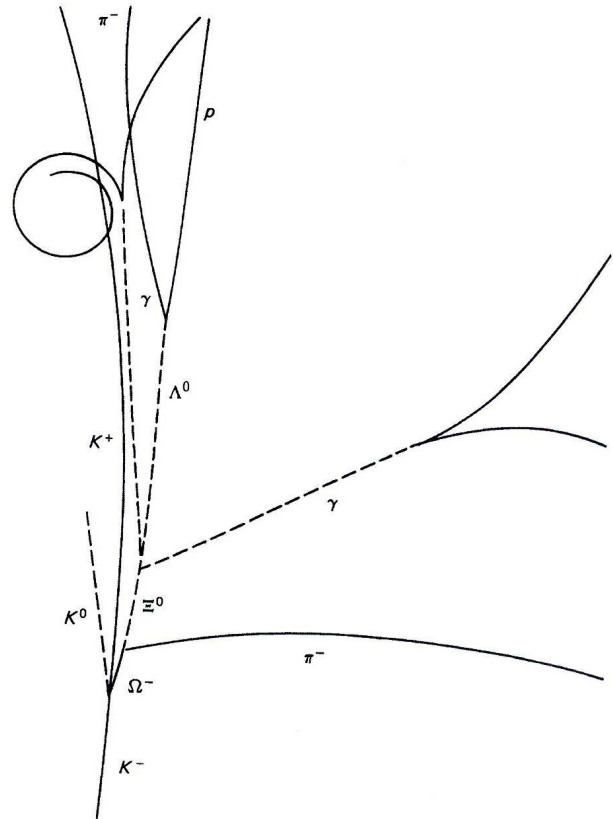
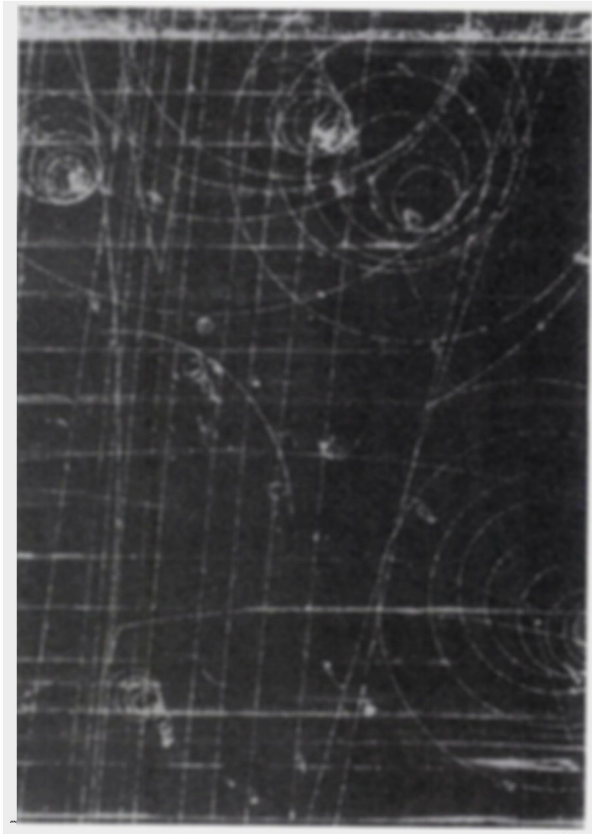


Fig. 1.9 The discovery of the Ω^- . The actual bubble chamber photograph is shown on the left; a line diagram of the relevant tracks is on the right. (Photo courtesy Brookhaven National Laboratory.)

Abbildung 2: Entdeckung des Ω^- . Das Blasenkammerbild (links) und eine Skizze der relevanten Spuren (rechts).

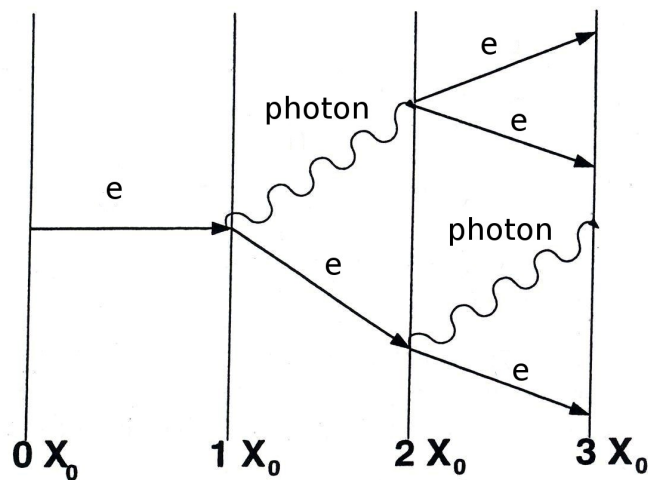


Abbildung 3: Entwicklung eines elektromagnetischen Schauers im Kalorimeter als Funktion der Schauertiefe im Kalorimeter in Einheiten der Strahlungslänge X_0 .