

Fortgeschrittene Experimentalphysik für Lehramtsstudenten

Elizabeth von Hauff, Markus Schumacher

Übungsblatt VI

Alina Chanaewa, Martin Flechl, Stan Lai

19./20.6.2013

Bitte verwenden Sie $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, $\hbar c = 0.2 \text{ GeV fm}$ und $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ kgm}^2/\text{s}^2$ für alle numerischen Berechnungen.

Anwesenheitsaufgaben

Übung 1 *Maximaler Energie-Transfer bei 2-Körper-Zerfällen*

Berechnen Sie den maximalen Energietransfer E bei der Kollision eines schweren Teilchens (Masse M , Impuls P , Geschwindigkeit v , $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}$) mit einem Elektron in Ruhe (Masse m , wobei gilt $m \ll M$). Alle Angaben sind in natürlichen Einheiten, daher gilt z.B. $\beta^2 = (v/c)^2 = v^2$ und $E^2 = P^2 + M^2$.

Gehen Sie dabei folgendermaßen vor:

- (i) Für welchen Winkel θ zwischen ein- und ausgehendem Teilchen mit Masse M ist der maximale Energietransfer zu erwarten? Argumentieren Sie, oder benutzen Sie die Anmerkung am Ende der Übungsaufgabe.
- (ii) Schreiben Sie die Viererimpulse für beide Teilchen vor und nach der Kollision an.
- (iii) Mit Hilfe dieser Viererimpulse: Bestimmen sie je eine Bedingung (Gleichung) aus der Annahme der Energieerhaltung, der Dreierimpulserhaltung, und aus der Beziehung zwischen Elektronenenergie und Energietransfer.
- (iv) Zeigen Sie, dass der maximale Energietransfer gleich

$$E_{\max} = \frac{2P^2 m}{m^2 + M^2 + 2m\sqrt{P^2 + M^2}}$$

ist.

- (v) Zeigen Sie, dass folgende relativistische Relationen allgemein gelten: $E^2 = \gamma^2 M^2$ und $\gamma^2 - 1 = v^2 \gamma^2$. Vereinfachen Sie obige Gleichung mit Hilfe dieser Beziehungen.
- (vi) Zeigen Sie, dass im Grenzfall $M \gg m$ gilt: $E_{\max} = 2m\gamma^2 v^2$.

Anmerkung: Für beliebige Richtung zwischen ein- und ausfallendem Teilchen gilt:

$$E = \frac{2P^2 m \cos^2 \theta}{(m + \sqrt{P^2 + M^2})^2 - P^2 \cos^2 \theta}$$

Übung 2 *Natürliche Einheiten I*

- (i) Bestimmen Sie den Wert der Gravitationskonstante $G_N \approx 6.7 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$ in den natürlichen Einheiten der Teilchenphysik (eV or eV⁻²).
- (ii) Bestimmen Sie die PLANCK-Masse $M_P = \sqrt{1/G_N}$ in natürlichen Einheiten.
- (iii) Bestimmen Sie die PLANCK-Masse in SI-Einheiten.

Hausaufgaben

Übung 3 *Myonen und kosmische Strahlung*

Die mittlere Lebensdauer von Myonen beträgt etwa $2 \cdot 10^{-6}$ s und die Myon-Masse m_μ beträgt etwa 100 MeV. Myonen werden in großer Zahl bei Wechselwirkung von kosmischer Strahlung mit der Atmosphäre erzeugt: Hier entsteht eine große Anzahl von geladenen Pionen, die via $\pi^- \rightarrow \mu\nu$ zerfallen.

- (i) Nehmen Sie an, ein Myon mit einer Gesamtenergie von 100 GeV wird 35 km über der Erdoberfläche erzeugt. Berechnen Sie $\beta = v/c$.
- (ii) Bestimmen sie die mittlere Flugstrecke bis zum Zerfall im Erdbezugssystem. Wird ein solches Myon (im Mittel) die Erdoberfläche erreichen, bevor es zerfällt? Nehmen Sie an, dass das Muon nicht mit der Atmosphäre interagiert.
- (iii) Vergleichen sie die Schwerpunktsenergie s (es gilt: $s = (p_1^\mu + p_2^\mu)(p_{\mu,1} + p_{\mu,2})$) bei der Kollision eines Myons mit einer Energie von einem PeV ($= 10^{15}$ eV) mit einem ruhenden Elektron (die Masse m_e beträgt ungefähr 0.5 MeV) mit der Schwerpunktsenergie von zwei Protonen bei einer Kollision am LHC (die Protonen bewegen sich in entgegengesetzter Richtung mit einer Energie von jeweils 4 TeV).
- (iv) Wie groß müßte die Myon-Gesamtenergie sein, damit im obigen Beispiel die Schwerpunktsenergie des LHC erreicht wird? Zum Vergleich: Die höchste in kosmischer Strahlung je beobachtete Energie beträgt etwa 200 EeV ($= 10^{18}$ eV).

Übung 4 *Natürliche Einheiten II*

Bestimmen Sie die folgenden Größen in den natürlichen Einheiten der Teilchenphysik (eV or eV^{-1}):

- (i) Länge und Breite eines typischen Fußballfeldes ($100 \text{ m} \times 70 \text{ m}$).
- (ii) Die potentielle Energie eines Fußballes (400 g), der sich 2.5 m über dem Boden befindet (ungefähre Höhe eines Fußballtores). Verwenden Sie $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Übung 5 *Luminosität und Higgs-Produktion am LHC*

Bei einem Teilchenbeschleuniger ist die Luminosität gegeben durch:

$$\mathcal{L} = f N_b \frac{N_1 N_2}{4\pi \sigma_x \sigma_y}, \quad (1)$$

Hier ist f die Umlauffrequenz des Teilchenstrahls, N_b die Anzahl der Teilchenpakete im Umlauf, N_1 und N_2 die Anzahl der Teilchen pro Paket, und σ_x und σ_y die transversale Größe des Strahls am Wechselwirkungspunkt. Sie können näherungsweise annehmen, dass sich die Teilchen mit Lichtgeschwindigkeit bewegen.

Der LHC ist ein Proton-Proton-Beschleuniger mit einem Umfang von etwa 27 km und einer Schwerpunktsenergie von momentan 8 TeV (geplant sind 13-14 TeV). Die Protonenpakete beinhalten etwa $1.5 \cdot 10^{11}$ Teilchen, und es halten sich gleichzeitig etwa 1300 Teilchenpakete im Beschleuniger auf. Die Strahlen werden am Wechselwirkungspunkt auf etwa $\sigma_x = \sigma_y = 20 \mu\text{m}$ fokussiert.

- (i) Wie hoch ist die Luminosität am LHC (in Einheiten von $\text{s}^{-1} \text{cm}^{-2}$)?
- (ii) Wie hoch ist die integrierte Luminosität pro Jahr in barn, wenn man annimmt, dass in einem typischen Jahr für etwa 10^7 s Daten aufgezeichnet werden?
- (iii) Der Higgs-Wirkungsquerschnitt σ_H bei $m_H = 125$ GeV würde laut Vorhersage etwa 20 pb betragen. Wieviele Higgs-Bosonen werden dann pro Jahr produziert? Wieviele davon zerfallen in Photonenpaare, wenn das Verzweigungsverhältnis $B(H \rightarrow \gamma\gamma)$ etwa $2 \cdot 10^{-3}$ beträgt? Das Verzweigungsverhältnis gibt den Anteil der $H \rightarrow \gamma\gamma$ -Zerfälle unter allen möglich Higgs-Zerfällen an – er zerfallen in diesem Beispiel also 0.2% aller produzierten Higgs-Bosonen zu Photonenpaaren.