

Fortgeschrittene Teilchenphysik

Markus Schumacher

Übung V

Matthew Beckingham und Markus Warsinsky

28.11.2008

Anwesenheitsaufgaben

Aufgabe 28 *Luminosität am Fixed Target und am Collider Experiment*

Die Messung eines Wirkungsquerschnitts verlangt die Kenntnis der Luminosität $\mathcal{L}(t)$, die die aufgezählte Ereignisrate mit dem Wirkungsquerschnitt wie folgt in Beziehung setzt:

$$\frac{d\dot{N}}{d\Omega} = \mathcal{L} \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (1)$$

Die Luminosität bei einem Experiment, bei dem ein Teilchenstrahl auf ein ruhendes (fixed) Target geschossen wird, berechnet sich nach:

$$\mathcal{L} = \dot{N}_i \cdot n_T \cdot l, \quad (2)$$

wobei \dot{N}_i die Anzahl der einfallenden Teilchen pro Zeiteinheit, n_T die Targetdichte, und l die Dicke des Targets ist.

Für ein Experiment, in dem zwei Teilchenstrahlen zur Kollision gebracht werden, berechnet sich die Luminosität als:

$$\mathcal{L} = f N_b \frac{N_1 N_2}{4\pi\sigma_x\sigma_y}, \quad (3)$$

wobei f die Umlauffrequenz der Strahlen, N_b die Anzahl der Teilchenpakete („bunches“), N_1 bzw. N_2 die Anzahl der Teilchen in einem Paket, sowie σ_x bzw. σ_y die transversale Ausdehnungen der Strahlen am Wechselwirkungspunkt sind.

- (i) Welche Einheit hat die Luminosität ?
- (ii) Wir betrachten nun die elastische Streuung von Pionen an Protonen $\pi^+p \rightarrow \pi^+p$ mit folgender experimenteller Anordnung: Ein Pionstrahl mit Impuls \vec{p} und einer Einfallrate von 10^8 Pionen pro Sekunde trifft auf ein 10 cm langes Wasserstofftarget ($\rho = 0.07 \text{ g/cm}^3$). Die gestreuten Pionen werden mit einer Nachweiswahrscheinlichkeit von 95% durch einen $(20 \times 20) \text{ cm}^2$ großen Szintillationszähler nachgewiesen. Der Szintillationszähler befindet sich in einer Entfernung zum Target von 2,5 m und unter einem Winkel θ zur Strahlrichtung. Es werden 570 Pionen pro Sekunde gezählt.
 - a) Wie groß ist die Luminosität in diesem Experiment ?
 - b) Wie groß ist der differentielle Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}(|\vec{p}|, \theta)$?
 - c) Indem der Szintillationszähler unter verschiedenen Winkeln angebracht wird und das Experiment häufig wiederholt wird, wurde der folgende Ausdruck für den differentiellen Wirkungsquerschnitt ermittelt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = A(1 + 3 \cos^2 \theta^*), \quad (4)$$

wobei A eine Normierungskonstante ist und θ^* den Streuwinkel im Schwerpunktsystem bezeichnet. Wie groß ist der totale Wirkungsquerschnitt σ_{tot} ?

- (iii) Der LEP Collider war ein e^+e^- -Collider mit einem Umfang von 27 km der von 1989 bis 1995 bei einer Schwerpunktsenergie $\sqrt{s} = 91,2 \text{ GeV}$ betrieben wurde. Es befanden sich 4 Pakete in jedem Strahl mit jeweils 10^{11} Teilchen. Die Strahlen wurden auf eine Größe von $\sigma_x = 100 \mu\text{m}$ und $\sigma_y = 20 \mu\text{m}$ an den Wechselwirkungspunkten fokussiert.
- Berechnen Sie die Luminosität!
 - Der Produktionswirkungsquerschnitt für Z^0 Bosonen bei dieser Schwerpunktsenergie ist etwa 60 nb. Wieviele Z^0 Bosonen würde man dann in einem typischen Datennahmejahr (10^7 Sekunden) produzieren?
 - Die Bestimmung der Strahlparameter ist mit erheblichen Unsicherheiten verbunden. Daher wurde die Luminosität bei LEP mittels einer Referenzreaktion gemessen. Dabei wurde die BHABHA-Streuung unter kleinen Winkeln, θ , benutzt. Der Wirkungsquerschnitt ist gut bekannt und unter kleinen Streuwinkeln gegeben durch:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha_{\text{em}}^2}{s} \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}. \quad (5)$$

Das OPAL-Experiment hatte spezielle Kalorimeter (sogenannte Luminositätsmonitore) zum Nachweis von BHABHA-Streuereignissen. Diese befanden sich beiderseits des Wechselwirkungspunktes in einer Entfernung von 2,5 m und konnten BHABHA-Streuereignisse innerhalb von Radien zwischen 77 mm und 127 mm zur Strahlachse nachweisen. Wie groß ist der von diesem Detektor akzeptierte Wirkungsquerschnitt für BHABHA-Streuereignisse?

- Während eines Datennahmejahres wurden 800 000 BHABHA-Streuereignisse nachgewiesen. Gleichzeitig wurden 17 128 Ereignisse vom Typ $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ nachgewiesen. Nehmen Sie an, dass BHABHA-Streuereignisse zu 100% nachgewiesen werden konnten, Myonpaare aber nur mit einer Nachweiswahrscheinlichkeit von 90%. Wie groß ist der Wirkungsquerschnitt für Myonpaarproduktion bei LEP?
- Nehmen Sie an dass der innere Rand der Luminositätsmonitore nur mit einer Genauigkeit von 1 mm bekannt ist. Hat dies einen Einfluss auf die Messung der Luminosität?

Hausaufgaben

Aufgabe 29 GORDON-Zerlegung

6 Punkte

Betrachten Sie den Ausdruck

$$\bar{u}_f i\sigma^{\mu\nu} (p_{f\nu} - p_{i\nu}) u_i. \quad (6)$$

Dabei bezieht sich i auf den Anfangszustand und f auf den Endzustand. Leiten Sie die GORDON-Zerlegung

$$\bar{u}_f \gamma^\mu u_i = \frac{1}{2m} \bar{u}_f \left[(p_f^\mu + p_i^\mu) + i\sigma^{\mu\nu} (p_{f\nu} - p_{i\nu}) \right] u_i$$

her.

Benutzen Sie dazu

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu] \quad \text{und} \quad \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu},$$

um (6) mit Hilfe von $\gamma^\mu \gamma^\nu$, $\gamma^\nu \gamma^\mu$ und $g^{\mu\nu}$ zu schreiben.

Verwenden Sie anschließend die DIRAC-Gleichung für u_i und \bar{u}_f , um die Masse m in den Ausdruck einzuführen.

Aufgabe 30 „Laufende“ Kopplung α_{em} in der QED

7 Punkte

Die elektromagnetische Kopplungs-„Konstante“ α_{em} zeigt die folgende Abhängigkeit vom Impulsübertrag q^2 :

$$\alpha_{em}(q^2) = \frac{\alpha_{em}(\mu^2)}{1 - \Pi_{em}(q^2, \mu^2)}.$$

Dabei ist μ^2 ein Skalenparameter und

$$\Pi_{em}(q^2, \mu^2 = 0) = \sum_{2m_f < |q|} N_c Q_f^2 \frac{\alpha}{3\pi} \left(\ln \frac{q^2}{m_f^2} - \frac{5}{3} \right).$$

N_c ist die Anzahl der verschiedenen Fermion-„Farben“ (1 für Leptonen, 3 für Quarks). Der Index f bezieht sich auf die Fermionsorten (Ladung Q_f), und die Summation wird über alle Fermionsorten ausgeführt, deren Paarerzeugung kinematisch möglich ist ($2m_f < |q|$). Die elektromagnetische Kopplungsstärke für kleine Energien ist

$$\alpha_{em}(q^2 = 0, \mu) = \alpha \approx \frac{1}{137}.$$

(i) Zeigen Sie für Impulsüberträge $2m_b < |q| < 2m_t$, dass

$$\Pi_{em}(q^2, \mu^2 = 0) = \frac{\alpha}{3\pi} (3 + R) \ln \frac{q^2}{m_0^2}$$

gilt. Es ist $R = N_c \sum_{f=1}^5 Q_f^2$ die mit der Ladung gewichtete Anzahl der möglichen Quarkpaare und $m_0 = 0,30 \text{ GeV}$ der effektive Mittelwert der Fermionmassen.

(ii) Vergleichen Sie den Wert von α_{em} an der Z^0 -Masse mit dem für verschwindende Impulsüberträge.

(iii) Welchen Wert nimmt R oberhalb des Schwellenimpulses zur top-Produktion an?

(iv) Bestimmen Sie den Wert von q^2 , bei dem für diesen Bereich α_{em} divergiert ($m_0 = 0,94 \text{ GeV}$).

Aufgabe 31 „Laufende“ Kopplung α_{em} in der QED II

7 Punkte

Die Veränderung der Kopplungsstärke α_{em} der QED wurde beim OPAL-Experiment am LEP gemessen. Dazu wurde BHABHA-Streuung ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-$) für kleine Winkel, also in Vorwärtsrichtung, untersucht:

$$1,81 \text{ GeV}^2 \leq -t \leq 6,07 \text{ GeV}^2.$$

Das Spin-gemittelte Betragsquadrat des Gesamtmatrizelements für BHABHA-Streuung ist aus der Vorlesung bekannt:

$$\left| \overline{\mathfrak{M}}_{fi}^{\text{tot}} \right|^2 = 2e^4 \left(\frac{u^2 + t^2}{s^2} + \frac{2u^2}{st} + \frac{u^2 + s^2}{t^2} \right).$$

- (i) Zeigen Sie, dass der größte Beitrag zum Matrixelement der BHABHA-Streuung für kleine Winkel aus dem t -Kanal kommt.
- (ii) Berechnen Sie mit Hilfe der unten genannten Formel den Beitrag von Leptonenschleifen zur Änderung der Kopplungsstärke über den gemessenen t -Bereich:

$$\Delta\Pi_{\text{em}} = \Pi_{\text{em}}(t_{\text{max}}) - \Pi_{\text{em}}(t_{\text{min}}).$$

Die Abhängigkeit der Kopplungsstärke vom Impulsübertrag ist aus Aufgabe 39 bekannt:

$$\alpha_{\text{em}}(q^2) = \frac{\alpha_{\text{em}}(\mu^2)}{1 - \Pi_{\text{em}}(q^2, \mu^2)} \quad \text{mit} \quad \Pi_{\text{em}}(q^2, \mu^2 = 0) = \sum_{2m_f < |q|} N_c Q_f^2 \frac{\alpha}{3\pi} \left(\ln \frac{q^2}{m_f} - \frac{5}{3} \right)$$

- (iii) Der gemessene Wert

$$\Delta\Pi_{\text{em}}^{\text{exp.}} = (440 \pm 58 \text{ (stat.)} \pm 43 \text{ (syst.)} \pm 30 \text{ (theo.)}) \times 10^{-5}$$

weicht vom unter (ii) bestimmten Wert signifikant ab. Welche Effekte sind für diese Abweichung $\Delta\Pi_{\text{em}}^{\text{exp.}} - \Delta\Pi_{\text{em}}^{(\text{ii})}$ verantwortlich?