

Fortgeschrittene Teilchenphysik

Markus Schumacher

Übung VII

Matthew Beckingham und Markus Warsinsky

11.12.2008

Hausaufgaben

Aufgabe 33 *Verallgemeinerte Vertexstruktur*

8 Punkte

Betrachtet wird der in der Vorlesung besprochene Prozess

$$e^-(p_1) + \nu_\mu(p_2) \rightarrow \nu_e(p_3) + \mu^-(p_4).$$

In der Vorlesung wurde das spingemittelte Matrixelement in der $V - A$ -Theorie berechnet zu:

$$|\overline{\mathfrak{M}}|^2 = \frac{G_F^2}{4} \text{Tr} \left(\gamma^\mu (1 - \gamma^5) (\not{p}_1 + m_e) \gamma^\nu (1 - \gamma^5) \not{p}_3 \right) \times \text{Tr} \left(\gamma_\mu (1 - \gamma^5) \not{p}_2 \gamma_\nu (1 - \gamma^5) (\not{p}_4 + m_\mu) \right) \quad (1)$$

$$= 64 G_F^2 (p_1 \cdot p_2) (p_3 \cdot p_4). \quad (2)$$

Betrachten Sie nun eine verallgemeinerte Vertexstruktur $\gamma^\mu (1 - \epsilon \gamma^5)$.

(i) Zeigen Sie unter Benutzung von

$$\text{Tr} \left[\gamma^\mu (1 - \epsilon \gamma^5) (\not{p}_i + m_i) \gamma^\nu (1 - \epsilon \gamma^5) (\not{p}_j + m_j) \right] \quad (3)$$

$$= 4 \left((1 + \epsilon^2) \left[p_i^\mu p_j^\nu + p_i^\nu p_j^\mu - (p_i \cdot p_j) g^{\mu\nu} \right] - 2i\epsilon (p_{i\lambda} p_{j\sigma}) \epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} + m_i m_j g^{\mu\nu} (1 - \epsilon^2) \right), \quad (4)$$

dass sich das spingemittelte Matrixelement ergibt als:

$$|\overline{\mathfrak{M}}|^2 = 8 G_F^2 \left[(1 + 6\epsilon^2 + \epsilon^4) (p_1 \cdot p_2) (p_3 \cdot p_4) + (1 - \epsilon^2)^2 (p_1 \cdot p_4) (p_2 \cdot p_3) \right]. \quad (5)$$

Hinweis: $\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \epsilon_{\mu\nu\phi\tau} = -2(\delta_\phi^\lambda \delta_\tau^\sigma - \delta_\tau^\lambda \delta_\phi^\sigma)$

(ii) Bestimmen Sie im Schwerpunktsystem unter Vernachlässigung der Elektron- und Myonmasse den differentiellen Wirkungsquerschnitt.

Lösung:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 32 \left(\frac{G_F}{16\pi} \right)^2 \cdot E^2 \cdot \left[(1 + 6\epsilon^2 + \epsilon^4) + (1 - \epsilon^2)^2 \sin^4 \frac{\theta}{2} \right], \quad (6)$$

wobei θ der Winkel zwischen einlaufendem Elektron und auslaufendem Myon ist.

(iii) Bestimmen Sie den totalen Wirkungsquerschnitt.

Lösung:

$$\sigma_{\text{tot}} = 32 \left(\frac{G_F}{16\pi} \right)^2 \cdot E^2 \cdot \frac{16\pi}{3} \cdot (1 + 4\epsilon^2 + \epsilon^4) \quad (7)$$

(iv) Nehmen Sie an, der Wirkungsquerschnitt wäre präzise vermessen. Wie würde man vorgehen, um ϵ zu bestimmen? Könnte man durch Messung des totalen oder differentiellen Wirkungsquerschnittes zwischen $V - A$ und $V + A$ unterscheiden? Wie könnte man für den Fall, das man die Kopplungsstärke G_F nicht kennt, eine betragsmäßig unterschiedliche Stärke der Vektor- und Axialvektorkopplung ausschliessen?

Aufgabe 34 *Lebensdauer von Myonen und Tauleptonen***3 Punkte**

Die mittlere Lebensdauer τ_μ des Myons ergibt sich zu:

$$\tau_\mu = \frac{192\pi^3}{G_F^2 m_\mu^5} = 2,139 \times 10^{-6} \text{ s.}$$

Dabei ist das Verzweigungsverhältnis in ein Elektron und zwei Neutrinos ungefähr gleich 100%. Benutzen Sie Leptonenuniversalität sowie das Verzweigungsverhältnis $\text{BR}(\tau \rightarrow e \nu \nu) = 0,178$, um die absolute Lebensdauer des τ -Leptons zu bestimmen.

Aufgabe 35 *Helizitätskomponenten von Spinoren***6 Punkte**

Gehen Sie von der Darstellbarkeit eines Spinors u in links- und rechtshändigen Komponenten aus:

$$u = u_R + u_L.$$

Eine ähnliche Darstellung kann dann für \bar{u} gefunden werden. Folgern Sie daraus, dass folgende zwei Beziehungen gelten:

$$\begin{aligned}\bar{u}\gamma^\mu u &= \bar{u}_R\gamma^\mu u_R + \bar{u}_L\gamma^\mu u_L \\ \bar{u}\gamma^\mu\gamma^5 u &= \bar{u}_R\gamma^\mu\gamma^5 u_R + \bar{u}_L\gamma^\mu\gamma^5 u_L.\end{aligned}$$

Das heisst, dass die Chiralität im Vertex erhalten bleibt.

Schreiben Sie damit den Vertextfaktor der schwachen Wechselwirkung anschließend als Summe rechts- und linkshändiger Ströme.

Aufgabe 36 *V + A-Theorie***3 Punkte**

Nehmen Sie an, dass der Vertextfaktor im geladenen schwachen Strom $(V^\mu + A^\mu)$ ist. Welche Schlussfolgerungen für die mittleren Helizitäten von geladenen (Anti)-Leptonen und (Anti)-Neutrinos ergeben sich in diesem Fall (Rechnung !)?