

# Fortgeschrittene Teilchenphysik

Markus Schumacher

## Übung XI

Matthew Beckingham und Markus Warsinsky

23.01.2009

### Anwesenheitsaufgaben

#### Aufgabe 55 *Wiederholung: Tiefinelastische Streuung*

- (i) Was ist der Unterschied zwischen elastischer und inelastischer Lepton-Nukleon-Streuung? Wie viele kinematische Variablen sind in den beiden Fällen notwendig, um den Prozess vollständig zu beschreiben?
- (ii) Was versteht man unter Bjorken-Skalierung? Wie lässt sich diese Beobachtung interpretieren?
- (iii) Was versteht man unter Skalenverletzung?

#### Aufgabe 56 *Wiederholung: Strukturfunktionen*

Aus der Vorlesung sind die so genannten Strukturfaktoren

$$F_2 = x \sum Q_j^2 f_j(x)$$

$$F_2 = 2xF_1$$

bekannt. Geben Sie  $F_2$  für die folgenden Zusammensetzungen des Protons als Funktion von  $x$  an (ohne die  $f_j(x)$ -Terme zu parametrisieren). Skizzieren Sie jeweils den Verlauf von  $F_2(x)$ :

- (i) ein einzelnes Quark,
- (ii) drei Valenzquarks,
- (iii) drei gebundene Quarks sowie
- (iv) drei gebundene Valenzquarks und zusätzliche Seequarks.

#### Aufgabe 57 *Impuls des Protons*

Integriert man über die Impulsanteile aller beitragenden Quarksorten, sollte das Ergebnis dem Protonenimpuls  $p$  abzüglich des von Gluonen getragenen Anteils  $p_g$  sein:

$$\int_0^1 dx (xp) [u(x) + \bar{u}(x) + d(x) + \bar{d}(x) + s(x) + \bar{s}(x)] = p - p_g$$

$$\Rightarrow \int_0^1 dx x [u(x) + \bar{u}(x) + d(x) + \bar{d}(x) + s(x) + \bar{s}(x)] = 1 - \epsilon_g$$

Am Stanford Linear Accelerator (SLAC) wurden folgende Größen für Protonen und Neutronen vermessen:

$$\int_0^1 dx F_2^{ep}(x) = 0.18$$

$$\int_0^1 dx F_2^{en}(x) = 0.12$$

Benutzen Sie diese Ergebnisse, um die relativen Beiträge  $\epsilon_{u,d}$  von  $u$ - und  $d$ -Quarks zum Protonenimpuls und den verbleibenden Anteil anderer Partonen zu bestimmen. Vernachlässigen Sie dabei die Beiträge von  $s$ -Quarks.

*Hinweis:* Schreiben Sie die Messergebnisse als Linearkombination von  $\epsilon_u$  und  $\epsilon_d$ .

# Hausaufgaben

## Aufgabe 58 Partonenverteilungen im Nukleon

8 Punkte

Nach dem Quark-Parton-Modell bestehen Nukleonen aus Quarks und Gluonen. Die zugehörigen Impulsverteilungen können über tiefinelastische Streuversuche bestimmt werden. Die Strukturfunktion  $F_2(x)$  ist in diesem Modell gegeben durch:

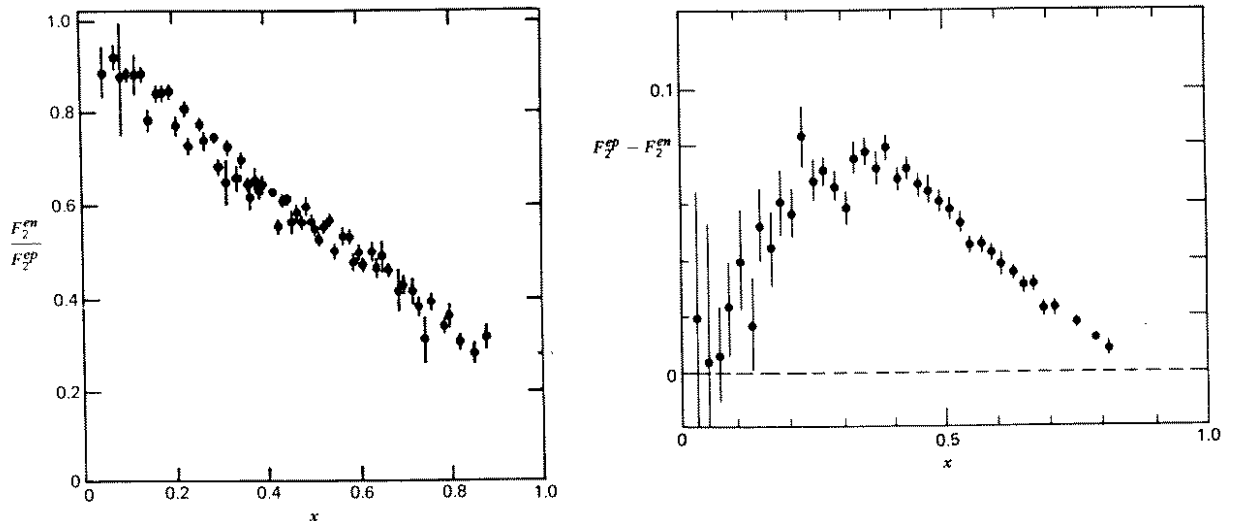
$$F_2(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 x [u(x) + \bar{u}(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 x [d(x) + \bar{d}(x) + s(x) + \bar{s}(x)], \quad (1)$$

wobei die Funktionen  $\overset{(-)}{u}(x)$ ,  $\overset{(-)}{d}(x)$  und  $\overset{(-)}{s}(x)$  die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen für die Partonenimpulse sind.

- (i) In Gleichung (1) sind die Beiträge der einzelnen Quarksorten gegeben. Fassen Sie die Beiträge der Valenz- und die der Seequarks zu Termen  $\sim \tilde{v}(x)$  und  $\sim \tilde{s}(x)$  zusammen. Dabei seien die Verteilungen für Valenzquarks und die für Seequarks unabhängig vom Flavor.

Geben Sie die Strukturfunktionen  $F_2^{ep}(x)$  eines Protons und  $F_2^{en}(x)$  eines Neutrons für die bekannten Zusammensetzungen mit Valenzquarks  $uud$  bzw.  $udd$  sowie Seequarks an.

- (ii) Die folgenden Diagramme zeigen Messergebnisse für  $\frac{F_2^{en}}{F_2^{ep}}$  (links) sowie  $F_2^{ep} - F_2^{en}$  (rechts).



- a) Benutzen Sie die Ergebnisse aus Aufgabenteil (i) und die Messergebnisse für  $F_2^{ep} - F_2^{en}$ , um die Verteilungen  $xv(x)$  sowie  $v(x)$  zu zeichnen.
- b) Die Ergebnisse für  $\frac{F_2^{en}}{F_2^{ep}}$  zeigen, dass  $\frac{F_2^{en}}{F_2^{ep}}$  für kleine  $x$  gegen 1 geht. Was bedeutet dies für die Seequark-Verteilung für  $x \rightarrow 0$ ? Welchen Wert von  $\frac{F_2^{en}}{F_2^{ep}}$  erwarten Sie für  $x \rightarrow 1$ ? Vergleichen Sie Ihre Antwort mit den Messergebnissen.
- c) Lassen Sie nun die Annahme, alle Valenzquarks folgten der selben Impulsverteilung, fallen und setzen Sie nur voraus, dass die  $u$ -Quarks im Proton der selben Verteilung folgen wie die  $d$ -Quarks im Neutron (und umgekehrt für die  $d$ - und  $u$ -Quarks). Welcher Wert von  $\frac{F_2^{en}}{F_2^{ep}}$  ergibt sich daraus für  $x \rightarrow 1$ ?

- (iii) Einige Integrale über die Impulsverteilungen der Quarks lassen eine anschauliche Interpretation zu. So ergibt z.B.  $\epsilon_u = \int_0^1 xu(x)dx$  den Anteil des Gesamtimpulses des Nukleons, der auf  $u$ -Quarks entfällt. Welche Werte erwarten Sie für

- a)  $\int_0^1 [u(x) - \bar{u}(x)] dx$ ,
- b)  $\int_0^1 [d(x) - \bar{d}(x)] dx$  und
- c)  $\int_0^1 [s(x) - \bar{s}(x)] dx$

jeweils für Protonen und Neutronen?

**Aufgabe 59**  $t\bar{t}$ -Produktion am Tevatron und am LHC

5 Punkte

An Proton-(Anti)-Proton-Collidern ist es möglich top-Quarks paarweise zu produzieren. Dies geschieht entweder über Quark-Antiquark-Annihilation ( $q\bar{q}' \rightarrow t\bar{t}$ ) oder Gluonfusion ( $gg \rightarrow t\bar{t}$ ).

- (i) Zeichnen Sie die FEYNMAN-Diagramme niedrigster Ordnung für die Prozesse  $q\bar{q} \rightarrow t\bar{t}$  und  $gg \rightarrow t\bar{t}$ .
- (ii) Wie groß ist das Quadrat der Schwerpunktsenergie  $\hat{s}$  der zwei Partonen im Anfangszustand?
- (iii) Nehmen Sie an, dass das  $t\bar{t}$ -Paar an der Schwelle produziert wird, also im Schwerpunktsystem die top-Quarks keine kinetische Energie erhalten. Wie groß muß  $\hat{s}$  in diesem Fall sein?
- (iv) Der Proton-Antiproton-Collider Tevatron läuft momentan bei einer Schwerpunktsenergie von  $\sqrt{s} = 1.96$  TeV. Der Proton-Proton-Collider LHC wird eine Schwerpunktsenergie von  $\sqrt{s} = 14$  TeV erreichen. Berechnen Sie die Impulsanteile  $x$  der Partonen, die  $t\bar{t}$ -Paare an der Schwelle produzieren im Fall des Tevatron und des LHC.
- (v) Welcher der beiden  $t\bar{t}$ -Produktionsprozesse dominiert daher am Tevatron bzw. am LHC? Begründen Sie Ihre Antwort.

**Aufgabe 60**  $R$ -Verhältnis und Anzahl der Farben

3 Punkte

Das  $R$ -Verhältnis ist definiert als das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte der Prozesse  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow$  Hadronen und  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ :

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \tag{2}$$

Wenn die Massen der Fermionen vernachlässigt werden, so ist der Produktionswirkungsquerschnitt für  $q\bar{q}$ -Paare identisch mit dem für  $\mu^+\mu^-$ -Paare, abgesehen von der Ladung der Quarks. Das  $R$ -Verhältnis sollte sich also ergeben als

$$R = N_c \sum_q Q_q^2, \tag{3}$$

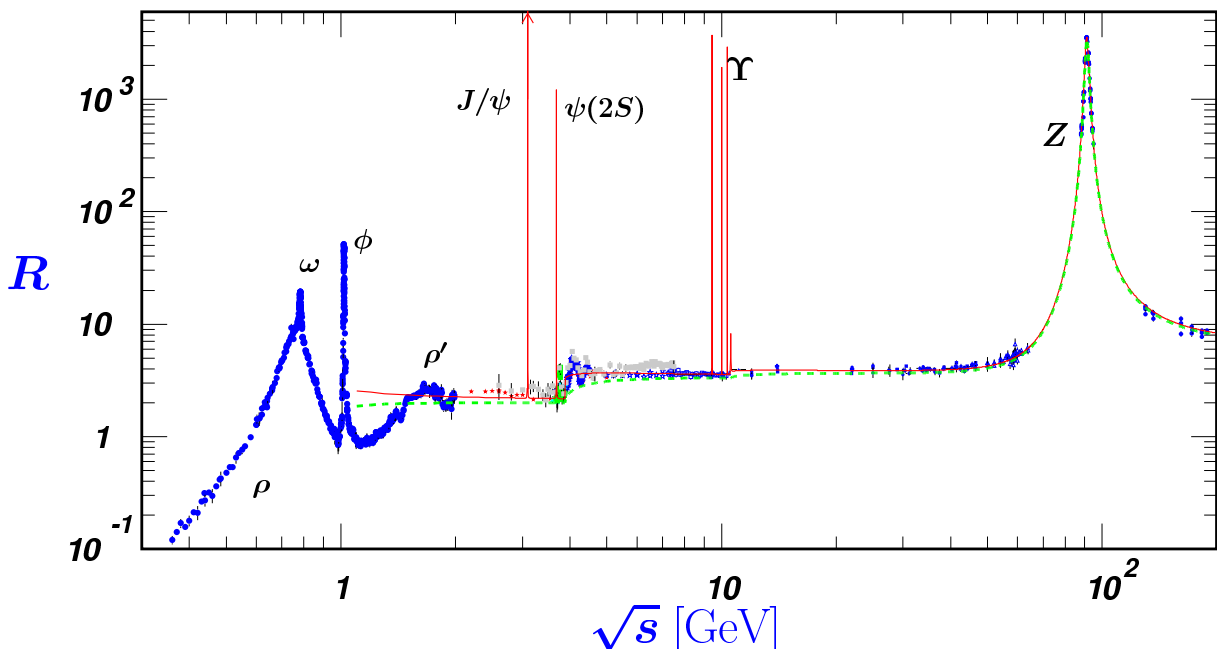
wobei über alle kinematisch erlaubten Quarks  $q$  summiert wird.

- (i) Berechnen Sie das  $R$ -Verhältnis für die folgenden  $e^+e^-$ -Schwerpunktsenergien:

$$\begin{aligned} -2m_s < \sqrt{s} < 2m_c \\ -2m_c < \sqrt{s} < 2m_b \\ -2m_b < \sqrt{s} < 2m_t \end{aligned}$$

Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit dem folgenden Diagramm.

- (ii) Die gemessenen Werte von  $R$  sind nicht in vollkommener Übereinstimmung mit der vorgestellten Theorievorhersage. Geben Sie mögliche Gründe für die beobachteten Diskrepanzen an.
- (iii) Warum wird der Prozess  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  als Referenz benutzt und nicht  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ ?



Der Wirkungsquerschnitt für Drell Yan  $W^\pm$ -Produktion an einem Proton-Antiproton-Collider über den Prozess  $q\bar{q}' \rightarrow W^\pm$  kann geschrieben werden als:

$$\frac{d\sigma}{dy}(W^\pm) = \frac{2\pi G_F}{3\sqrt{2}} \sum_{q\bar{q}'} |V_{q\bar{q}'}|^2 [q_p(x_a)\bar{q}'_{\bar{p}}(x_b) + q_p(x_b)\bar{q}'_{\bar{p}}(x_a)], \quad (4)$$

wobei  $y$  die Rapidität des Quark-Antiquarksystems ist und die Summe über alle Quarks im Proton erfolgt.  $q_p(x_a)$  und  $\bar{q}_p(x_a)$  sind die Quark- und Antiquark-Partondichtefunktionen für das Proton und  $q_{\bar{p}}(x_b)$  und  $\bar{q}_{\bar{p}}(x_b)$  sind die Quark- und Antiquark-Partondichtefunktionen für das Antiproton.

- (i) Benutzen Sie Isospinsymmetrie und nehmen Sie an, dass der Beitrag von Seequarks vernachlässigbar ist, um zu zeigen:

$$\frac{d\sigma}{dy}(W^+) \propto \frac{2\pi G_F}{3\sqrt{2}} [u_p(x_a)d_p(x_b)] \quad (5)$$

$$\frac{d\sigma}{dy}(W^-) \propto \frac{2\pi G_F}{3\sqrt{2}} [d_p(x_a)u_p(x_b)] \quad (6)$$

- (ii) Schreiben Sie damit die  $W^+/W^-$ -Produktionsasymmetrie

$$A = \frac{\frac{d\sigma}{dy}(W^+) - \frac{d\sigma}{dy}(W^-)}{\frac{d\sigma}{dy}(W^+) + \frac{d\sigma}{dy}(W^-)} \quad (7)$$

in Abhängigkeit vom Verhältnis der Quark-Partondichtefunktionen

$$R_{du}(x_i) = \frac{d_p(x_i)}{u_p(x_i)} \quad i \in \{a,b\}. \quad (8)$$

- (iii) Benutzen Sie als  $x$ -Verteilung der zwei Partonen im Anfangszustand den Ansatz

$$x_{a,b} = x_0 e^{\pm y} \approx x_0(1 \pm y). \quad (9)$$

Das Verhältnis  $R_{du}$  kann dann geschrieben werden als

$$R_{du}(x_{a,b}) \approx R_{du}(x_0) \pm yx_0 \frac{dR_{du}}{dx}(x_0). \quad (10)$$

Zeigen Sie, dass die Asymmetrie  $A$  sensitiv auf das Verhältnis zwischen den  $u$ - und  $d$ -Partondichtefunktionen ist.