Statistische Methoden der Datenanalyse

Markus Schumacher



Markus Warsinsky

13.2.2012

Anwesenheitsaufgaben

Aufgabe 70 Auswertung von Fallversuchen

Galileo Galilei führte im Jahr 1608 Experimente mit einem Ball auf einer schiefen Ebene durch. Die Bahnkurve des Balles wurde horizontal gemacht, bevor er über eine Kante geschickt wurde, siehe folgende Abbildung:



Galileo hat nun die horizontale Distanz d von der Kante bis zum Auftreffpunkt auf dem Erdboden in Abhängigkeit von der Anfangshöhe h gemessen. Fünf von ihm persönlich genommene Datenpunkte sind in folgender Tabelle zu sehen:

1
d [punti]
1500
1340
1328
1172
800

Die eigentümliche Einheit punti (Punkte) betrug etwas weniger als 1 mm, allerdings wurde der Meter erst etwa 200 Jahre später definiert.

Nehmen Sie im folgenden an, dass die Höhen h exakt bekannt sind, die horizontalen Distanzen hingegen als unabhängige gaussverteilte Zufallsvariablen mit Standardabweichungen von $\sigma = 15$ punti betrachtet werden können.

- (i) In einer ersten Teilaufgabe soll getestet werden, durch welche Funktionen der Zusammenhang zwischen h und d beschrieben werden kann. Erstellen Sie dazu zuerst eine Textdatei, die pro Zeile die Größen h, d und σ_d enthält.
- (ii) Lesen Sie diese Daten in einen TGraphErrors ein:

TGraphErrors graph=TGraphErrors("datei.txt","%lg %lg %lg");

(iii) Nun können wir verschiedene Funktionen testen. Stellen Sie im folgenden für jede der aufgelisteten Funktionen eine passende TF1-Funktion bereit und passen diese an den TGraphErrors an. Benutzen Sie dabei die Syntax graph.Fit("funkname", "N"); Die Option "N" sorgt dafür, dass die angepasste Funktion nicht im Graphen mitgespeichert wird (dies wird später noch nützlich sein).

a) Beginnen wir mit den einfachen Zusammenhängen:

$$d = \alpha h$$
$$d = \alpha h + \beta h^2$$

Führen Sie die Anpassungen an die Daten durch. Ermitteln Sie nach der Anpassung das minimale χ^2 (funkname.GetChisquare();), die Anzahl der Freiheitsgrade (funkname.GetNDF();) und den P-Wert (funkname.GetProb();) und geben diese am Bildschirm aus. Sind diese Funktionen geeignet, um die Daten gut zu beschreiben?

b) Nehmen Sie nun den Zusammenhang

$$d = \alpha h^{\beta}$$

an und wiederholen Sie die vorherigen Betrachtungen.

c) Galileo selbst betrachtete die Bewegung als eine Überlagerung einer gleichförmigen Horizontalbewegung und einer Vertikalbewegung, die an der Kante Null ist und danach gleichmäßig beschleunigt. Dies führt nach einfacher Rechnung zu einem Zusammenhang von folgender Form:

$$d = \alpha \sqrt{h}$$

Wiederholen Sie für diese Hypothese die Betrachtungen.

Welche funktionale Form wäre vorzuziehen?

- (iv) Nun wollen wir die verschiedenen angepassten Funktionen zusammen mit den Daten graphisch darstellen und alles schön beschriften. Kopieren Sie sich zunächst folgende Datei in das Verzeichnis, in dem Sie Ihr ROOT-Makro ausführen: /home/warsinsk/rootlogon.C. Damit werden einige Parameter für die Darstellung schon so gesetzt, dass die Darstellung ansprechend aussieht.
- (v) Zunächst wollen wir die vier angepassten Funktionen separat mit den Daten vergleichen, diese Vergleiche aber alle vier gleichzeitig auf dem Bildschirm haben. Gehen Sie dazu wie folgt vor:
 - a) Erstellen Sie sich ein TCanvas-Objekt:

TCanvas ergebnisse=TCanvas("ergebnisse","ergebnisse",600,600);

b) Teilen Sie diesen TCanvas in vier sogenannte TPads auf (in dieser Syntax je zwei entlang der x- und y-Koordinate:

ergebnisse.Divide(2,2);

c) Wechseln Sie in das erste TPad:

ergebnisse.cd(1);

d) Zeichnen Sie dort den TGraphErrors ein:

graph.Draw("AP");

e) Beschriften Sie die Achsen des TGraphErrors:

```
graph.GetXaxis().SetTitle("h [punti]");
graph.GetYaxis().SetTitle("d [punti]");
```

f) Setzen Sie die Maximalwerte und Minimalwerte für die Darstellung des Graphen um mittels:

graph.SetMinimum(0);
graph.SetMaximum(2000);

g) Es könnte sein, das z.B. die y-Achsenbeschriftung teilweise in den Achsenlabels liegt. Beheben Sie dies durch:

graph.GetYaxis().SetTitleOffset(1.5);

h) Zeichnen Sie die erste Funktion ein:

funk1.DrawCopy("same");

i) Nun brauchen wir noch eine Legende. Diese wird durch das TLegend-Objekt erstellt:

```
TLegend leg1=TLegend(0.5,0.2,0.9,0.5,"","NDC");
graph.SetName("graph");
leg1.AddEntry("graph","Daten","lpe");
leg1.AddEntry("funk1","d=#alpha h","l");
leg1.SetLineColor(0);
leg1.SetShadowColor(0);
leg1.SetFillColor(0);
leg1.Draw();
```

Die Methode AddEntry erzeugt einen Eintrag in der Legende für ein bereits vorhandenes Objekt. Das erste Argument ist der Name des zu verwendenden Objekts, das zweite nennt die Beschriftung (#alpha erzeugt z.B. ein α , h^{2} ein h^2) und das dritte Argument gibt an, ob eine Linie 1, Punkte p und/oder Fehlerbalken e eingezeichnet werden sollen.

Die Methoden SetLineColor, SetShadowColor und SetFillColor werden hier benutzt, um unschöne Ränder der Legende zu vermeiden. Das fertige TLegend-Objekt wird dann gezeichnet mit:

leg1.Draw();

- j) Wiederholen Sie diese Schritte in den drei weiteren TPads für die drei weiteren Funktionen. Ändern Sie jeweils die Beschriftung in der Legende. Denken Sie daran jeweils ein neues TLegend-Objekt zu erstellen.
- (vi) Nun wollen wir noch alle vier Funktionen in verschiedenen Farben gleichzeitig zusammen mit den Daten darstellen. Gehen Sie dazu wie folgt vor:
 - a) Erzeugen Sie einen neuen TCanvas:

TCanvas ergebnisse2=TCanvas("ergebnisse2","ergebnisse2",600,600);

- b) Zeichnen Sie in diesen die Daten sowie die vier Funktionen ein. Ändern Sie für jede Funktion die Linienfarbe (z.B. funkname.SetLineColor(kRed);).
- c) Erstellen Sie eine Legende, die sämtliche dargestellten Daten beschreibt.